N° d'Enregistrement
au C.N.R.S.
A0 12 245

THESE DE DOCTORAT D'ETAT

ès Sciences Physiques

présentée

À L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE
PARIS VI

par

PATRICE ALIBRAN

pour obtenir le grade de docteur ès Sciences

Sujet de la thèse : "Mesure des rapports d'embranchement des canaux multineutres dans l'annihilation $\bar{p}p$ à 1.6 GeV/c".

soutenue le 18 Mars 1976

devant le jury composé de : A. ASTIER — Président
B. BAUBILLIER — Examinateur
B. DEGRANGE — "
P. FLEURY — "
G. GROSSETETE — "
A. KRZYWICKI — "

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548124_0008

THESE DE DOCTORAT D'ETAT

ès Sciences Physiques

présentée

À L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE
PARIS VI

par

PATRICE ALIBRAN

pour obtenir le grade de docteur ès Sciences

Sujet de la thèse : "Mesure des rapports d'embranchement des canaux multineutres dans l'annihilation $\bar{p}p$ à 1.6 GeV/c".

soutenue le 18 Mars 1976

devant le jury composé de :

A. ASTIER	Président
B. BAUBILLIER	Examinateur
B. DEGRANGE	"
P. FLEURY	"
G. GROSSETETE	"
A. KRZYWICKI	"

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

à Marthe,

"Oh, souffre seulement de ma dure parole
Et pour toi je vaincrai le sommeil et la mort,
Pour toi j'appellerai dans l'arbre qui se brise
La flamme qui sera le navire et le port".

Y. Bonnefoy - "Hier régnant désert"
(1958)

TABLE DES MATIERES

-:-:-:-

INTRODUCTION GENERALE 1

PREMIERE PARTIE : Description des conditions de l'expérience et du dépouillement des photos 8

CHAPITRE I.- CONDITIONS DE L'EXPERIENCE 9

A. Le faisceau 9
B. Le détecteur 13
C. Statistique - Collaboration 27

CHAPITRE II.- SELECTION DES EVENEMENTS 29

A. Recherche des interactions 34
B. Recherche des gammas 38
C. Reconstruction géométrique 46
D. Vérification des γ par un physicien 47

DEUXIEME PARTIE : Corrections du lot d'événements sélectionnés 51

CHAPITRE III.- CORRECTIONS DES PERTES DUES AUX TRACES TRES COURTES 53

A. Pions qui interagissent très près du vertex 54
B. Pions de basse énergie qui s'arrêtent près du vertex 56

CHAPITRE IV.- ETUDE DU BRUIT DE FOND 59

A. Soustraction des événements non-annihilation 60
B. Soustraction des annihilations avec particules étranges 61

CHAPITRE V.- ETUDE DES TAUX DE GAMMAS PARASITES 79

A. Détermination du taux de gammas ambigus parasites 80

B. Elimination des gammas émis par "Bremsstrahlung" et corrections associées 100

TROISIEME PARTIE : Détermination de la distribution de la multiplicité en pions neutres des annihilations d'antiproton sur proton libre 107

CHAPITRE VI.- DETERMINATION DE LA DISTRIBUTION DE MULTIPLICITE EN π° A PARTIR DE LA DISTRIBUTION EN MULTIPLICITE DE γ DETECTES 109

A. Hypothèses et variables utilisées .. 111

B. Fonction de vraisemblance 119

C. Détermination des P_α 120

D. Corrections 123

E. Soustraction du bruit de fond 128

F. Résultats 132

CHAPITRE VII.- ETUDE DE L'EFFET DES INTERACTIONS SUR SUR NOYAU SUR LA MULTIPLICITE EN PIONS OBSERVEE 135

A. Généralités - Principe de la méthode utilisée 135

B. Dépouillement particulier pour l'étude des interactions des pions sur les noyaux du liquide 140

C. Calcul des taux des états finals des interactions des pions dans les noyaux 144

D. Probabilité de réinteraction d'un pion 155

E. Vérifications a posteriori de la méthode 168

F. Conclusion 170

QUATRIEME PARTIE : Résultats - Discussion 173

CHAPITRE VIII.- RESULTATS 175

A. Présentation des résultats 175

B. Comparaison avec les prédictions du modèle statistique de spin isotopique 183

C. Comparaison avec les prédictions du modèle de Bootstrap statistique 199

D. Comparaison avec d'autres interactions produisant des pions 201

E. Conclusion 205

CONCLUSION GENERALE 207

APPENDICES I 209

II 215

III 217

IV 221

V 227

REFERENCES 231

REMERCIEMENTS 235

INTRODUCTION

-:-:-:-

L'annihilation antiproton-proton produit plusieurs types d'états finals, dont les plus abondants sont ceux comportant uniquement des pions ; parmi ceux-ci la proportion des canaux avec des pions neutres est importante.

L'étude du processus d'annihilation nécessite de connaître à chaque énergie incidente au moins les sections efficaces d'annihilation en fonction :

. du nombre total N de pions produits
($\sigma_{\bar{p}p \to N\pi} = \sigma_N$)

. de la configuration de charge des pions, pour un nombre N fixé (exemple : $\pi^+\pi^-\pi^\circ$, $3\pi^\circ$ pour N = 3). Avec ces données, on peut, en effet, espérer étudier les divers états du spin isotopique, de la G-parité etc..., lors de l'annihilation.

Ce programme est loin d'être mené à bien aujourd'hui, car les informations expérimentales directes, provenant essentiellement des chambres à bulles à hydrogène, portent uniquement sur les canaux sans π° ou à un seul π°. Les autres canaux appelés "canaux multineutres", représentent cependant une grosse partie de la section efficace d'annihilation, comme le montre le tableau ci-après :

Impulsion incidente de l'$\bar{p}$	Arrêt (Réf.28)	1.61 GeV/c (Réf.25,26)	3.28 GeV/c (Réf. 27)
Multineutres/Total	0.60	0.62	0.68

Il est donc important de séparer les uns des autres ces canaux à plusieurs pions neutres ; par ailleurs les annihilations ne donnant pas de pion chargé ("0 Branche") n'ont jamais été étudiées à l'exception de deux canaux particuliers ($\bar{p}p \to 2\pi^\circ$, $\bar{p}p \to 3\pi^\circ$). Enfin les données, mêmes fragmentaires, dont on dispose aujourd'hui ont soulevé quelques problèmes, que la connaissance des canaux multineutres peut contribuer à résoudre.

- Le problème de l'excès de π° : en effet, utilisant d'une part les données expérimentales des chambres à bulles à hydrogène à l'impulsion incidente de 1.61 GeV/c (Références 25 et 2 (canaux à 0 et 1 π°), et d'autre part le modèle statistique d'isospin,c'est-à-dire les tables de F. Cerulus (Référence 29), on obtient (*) :

$$\sigma_{\text{nombre total de pions pair}} = 10.5 \text{ mb}$$

$$\sigma_{\text{nombre total de pions impair}} = 22.6 \text{ mb}$$

(*) Les calculs sont repris de la référence 30 .

La G-parité étant donnée par $G = (-1)^n$, on pourrait en déduire que les canaux avec la G-parité négative sont prédominants à cette énergie, ce que nous nous proposons de contrôler. De plus si l'on additionne ces deux sections efficaces, on obtient la section efficace totale prédite par le modèle statistique d'isospin

$$\sigma_{MSL} = (33.1 \pm 5) \text{ mb}$$

tandis que la mesure directe avait donné :

$$\sigma_{mes} = (51. \pm 3.) \text{ mb}$$

La différence ne pouvant être expliquée par les bruits de fond résiduels de non-annihilation, ou d'annihilation avec particules étranges, on en conclut que le modèle statistique d'isospin sous-estime la production des canaux multineutres.

- La comparaison des annihilations $\bar{p}p$ avec d'autres processus d'annihilations produisant des pions ($K^-p \to \Lambda + \ldots$) et surtout l'annihilation e^+e^- : il semble, en effet, intéressant de poursuivre la comparaison entre ces processus, dont les similitudes ont déjà été notées expérimentalement, au moins pour les multiplicités en traces chargées.

De nombreuses expériences (Référence 24) utilisant des chambres à bulles à hydrogène ont étudié les canaux à 0 ou $1\pi^\circ$. Ceux-ci sont donc assez bien connus, tout au moins lorsque l'on peut considérer que le bruit de fond des canaux multineutres dans les canaux à 0 ou $1\pi^\circ$ est faible (ce qui n'est pas le cas, par exemple, pour $\bar{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^\circ$ où le canal $\bar{p}p \to \pi^+\pi^- 2\pi^\circ$ est important).

Par ailleurs les sections efficaces d'ensemble des canaux multineutres, pour une topologie chargée fixée, ont aussi été mesurées mais avec des risques de biais dans les déterminations dus aux difficultés de séparation de ces canaux multineutres des annihilations avec production de

particules étranges, ou des non-annihilations ($\bar{p}p \to \bar{N}N$ + pions). Enfin la séparation des canaux multineutres n'a pu être effectuée que par des méthodes indirectes, sauf pour deux canaux étudiés directement : $\bar{p}p \to 2\pi^\circ$ (Référence 20) et $\bar{p}p \to 3\pi^\circ$ (Référence 31). Deux principales méthodes indirectes sont utilisées :

- une première, qui ne donne que le nombre moyen de π° produits pour un nombre de pions chargés fixé, suppose que pour toutes les multiplicités de pions, l'énergie totale disponible est répartie uniformément entre tous les pions, sans tenir compte de leur charge -ce qui a été vérifié sur les canaux à 0 et $1\pi^\circ$, et semble une bonne approximation pour les multiplicités chargées les plus élevées- ; la mesure de l'énergie moyenne d'un pion, pour une topologie chargée donnée, fournit donc immédiatement, à partir de l'énergie manquante moyenne, le nombre moyen de π°. Cependant cette méthode suppose qu'il n'y a pas de corrélation entre les énergies des pions et leur charge.

- une seconde méthode indirecte, permettant de séparer les divers canaux multineutres consiste à ajuster sur la distribution de la masse manquante expérimentale, une combinaison de masses manquantes pour chaque canal multineutre, obtenues par une méthode de Monte-Carlo, avec des poids traités comme les inconnues du problème.

Ces méthodes indirectes font appel à des hypothèses délicates à justifier, et de plus sont très sensibles aux erreurs expérimentales (un biais sur un canal pouvant se répercuter sur les autres).

C'est dans ce contexte expérimental que nous avons effectué l'expérience, sujet de ce travail : nous utilisons des antiprotons d'1.6 GeV/c d'impulsion, dans la chambre à bulles à liquide lourd Gargamelle, remplie d'un mélange propane-fréon, qui concilie une bonne détection des gammas (probabilité moyenne d'observation de 60%), et un taux d'événements sur proton libre relativement élevé (60% environ

des événements sélectionnés).
La détection de la plus grosse partie des gammas, dans une telle expérience, nous permet de faire une analyse beaucoup plus directe des canaux multineutres, essentiellement fondée sur l'information du nombre et de l'énergie de ces gammas. Cette expérience nous a fourni tous les rapports d'embranchement des canaux multineutres à 0, 2, 4 et 6 pions chargés. Elle nous permet ainsi de comparer nos données avec les prédictions du modèle statistique de spin isotopique ; nous mettons ainsi en évidence la sousestimation du nombre moyen de π° par ce modèle ; de plus nous verrons que l'introduction de résonances (ρ et ω) tout en augmentant légèrement la production des π°, ne semble pas suffire à rendre pleinement compte des données expérimentales.

Nous comparerons aussi nos données avec les prédictions du modèle de Bootstrap statistique.

Enfin une comparaison avec l'annihilation e^+e^- est esquissée.

Ce travail se divise en quatre parties décrivant les différentes étapes de notre analyse :

- dans la première partie nous décrivons les conditions expérimentales de la prise des photographies (Chapitre 1), ainsi que la méthode utilisée pour extraire les annihilations de ces photographies (Chapitre 2).

- la seconde partie contient le calcul des diverses corrections que nous avons dû appliquer à notre lot d'événements, en particulier la correction des pertes d'événements ayant des traces très courtes (Chapitre 3), la soustraction des bruits de fond résiduels (Chapitre 4) et la suppression des gammas parasites (Chapitre 5).

- Nous passons dans la troisième partie à la détermination de la distribution de multiplicité en π° à partir des distributions des multiplicités en γ observés (Chapitre 6) et à la correction des effets dus à la présence de noyaux dans le liquide (Chapitre 7).

- Enfin la quatrième partie, tout en exposant les résultats, tente une confrontation de ceux-ci avec quelques modèles théoriques.

Parmi les expériences de chambre à bulles à liquide lourd sur les réactions produisant plusieurs π°, on notera que celle-ci présente deux caractères originaux : d'une part c'est la première expérience de ce genre analysant des canaux à plus de $3\pi^\circ$, d'autre part c'est aussi la première expérience où l'effet de réactions ayant lieu dans des noyaux a pu être corrigé sans utiliser d'ajustement cinématique.

PREMIERE PARTIE

-:-:-:-:-

Descriptions des conditions de l'expérience et du dépouillement des photographies

Cette première partie sera consacrée à la description des conditions de la prise des photographies de l'expérience, puis du dépouillement de ces photos, c'est-à-dire la recherche des interactions intéressantes, et des photons matérialisés.

"Qui n'a pas éprouvé que la réalité est effrayante n'a pas conscience de ce que cela veut dire, être réel. C'est en somme par l'expérience de l'angoisse que les choses se révèlent non seulement dans un ensemble chaotique et informe, mais dans la netteté de leurs figures, sous l'apparence déterminée de leurs contours, c'est-à-dire comme ce qui est nécessairement au dehors".

M. Blanchot : Faux-pas.

"J'aimerais tant demeurer parmi les significations qui me sont devenues chères !"

R.M. Rilke : Cahiers de Malte
Laurids Brigge

CHAPITRE I

CONDITIONS DE L'EXPERIENCE

Nous allons décrire ici les conditions expérimentales, c'est-à-dire :

- la construction du faisceau d'antiprotons ;
- la chambre à bulles utilisée comme détecteur ;
- le nombre, la répartition et les caractéristiques statistiques des photographies.

A. Le faisceau

1. Description

L'optique de ce faisceau -connue au C.E.R.N. sous le sigle de M12- utilisée pour obtenir un faisceau d'antiprotons, résulte après quelques modifications de l'optique du faisceau M10 (Référence 1). Le but de ce dernier faisceau était la production de π^+ d'impulsion 3.5 GeV/c pour une expérience dans la chambre à bulles à liquide lourd de $1m^3$. Les modifications apportées au faisceau M10 sont de deux sortes :

- celles tendant à augmenter l'acceptance ;
- celles permettant l'entrée des antiprotons dans Gargamelle, au voisinage de son axe central.

La figure 1 montre la configuration générale du faisceau.

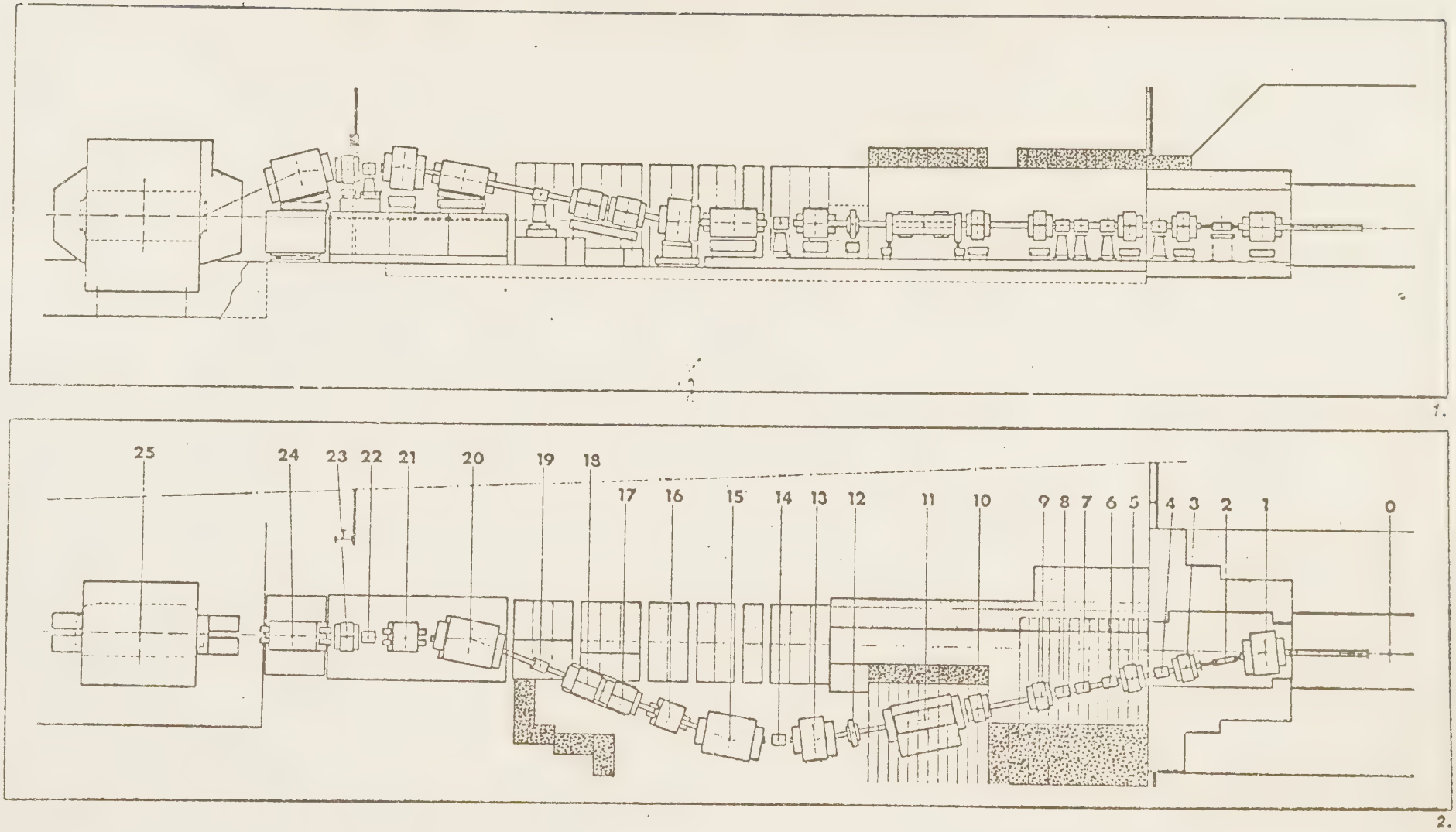


Figure 1 : Configuration du faisceau

0 : cible de départ du faisceau;
1, 13, 15, 16, 20 et 21 : aimants de déflexion;
2, 3, 5, 9, 10, 12, 17, 18 et 23 : quadrupôles;
4, 6, 7, 8, 14, 19 et 22 : collimateurs;
11 : séparateur électrostatique; 25 : centre de Gargamelle;

En haut, vue latérale ; en bas, vue de dessus.

On peut le diviser en trois parties ou "étages" :

- étage de sélection en moment : on obtient des particules d'impulsion donnée avec une précision relative de 0.25% ;
- étage de sélection en masse ;
- étage d'entrée dans la chambre : le faisceau, comme on peut le voir sur la figure 1, se présente à l'entrée de Gargamelle sous un angle de 7°, vers le bas, après avoir contourné le "blindage neutrino".

2. Impulsion

Initialement, il avait paru naturel de commencer une étude des annihilations multineutres avec des antiprotons à l'arrêt (Référence 2). Cependant pour introduire les antiprotons dans la chambre à bulles Gargamelle, malgré le champ de fuite de l'aimant, il aurait fallu disposer d'un tube supraconducteur. Nous avons dû choisir une impulsion aussi basse que possible, compatible avec l'optique du faisceau M12 et le champ de fuite de l'aimant de la chambre ; nous voulions de plus une impulsion où l'on disposât de données abondantes sur les canaux à 0 et 1 π^0, c'est pourquoi l'impulsion des antiprotons incidents a été fixée à 1.6 GeV/c.

3. Contamination

Trois sortes de particules peuvent contaminer le faisceau :

i) les électrons : les électrons, facilement identifiés dans la chambre, ne sont gênants que dans la mesure où les gammas qu'ils produisent par rayonnement de freinage ("Bremsstrahlung") en se mêlant aux gammas produits par la matérialisation des photons résultant de la

désintégration des π° des annihilations, peuvent être une source d'ambiguïtés. Nous verrons au Chapitre 5, que ces ambiguïtés sont facilement éliminées. Nous avons, environ, 3% d'électrons parmi les traces du faisceau.

ii) les muons : comme ils n'interagissent pas, ils ne contaminent pas notre lot d'annihilations ; ils représentent 8% des particules du faisceau.

iii) les pions : une recherche des pions négatifs, à l'aide des rayons Delta qu'ils produisent, a été effectuée. Une contamination due aux interactions de π^- a été détectée seulement dans les événements à "2 Branches" chargées et sans gamma ; elle représente environ

(1.1 ± 0.6)% des événements "2 Branches".

Les seules interactions de pions pouvant, à cette énergie incidente simuler des annihilations sont : $\pi^- p \to \pi^+ \pi^- n$; comme nous ne nous intéressons pas au canal $\bar{p}p \to \pi^+ \pi^-$ -trop faible pour être atteint avec précision par cette expérience, et bien connu par ailleurs (Référence 3)-, nous négligerons cette contamination.

En conclusion, nous remarquerons d'abord que les contaminations du faisceau ne créent pas de faux événements, et que nous n'avons pas de problème de normalisation, puisque nous nous proposons de mesurer des rapports d'embranchement.

B. Le détecteur

1. La chambre à bulles

Le détecteur utilisé pour cette expérience est la chambre à bulles à liquide lourd "Gargamelle" que l'on peut voir sur les figures 2 et 3 (Référence 9).

Le corps de chambre est constitué d'un cylindre d'environ 1m de rayon et 4.80m de long. Muni de deux rangées de quatre caméras à grand angle (angle d'ouverture 110°), il fournit un volume visible d'à peu près $8m^3$, (figure 4).

En raison de la faible longueur d'interaction des antiprotons (70cm environ), ceux-ci interagissent rapidement après leur entrée dans la chambre. Pour que ces interactions aient lieu préférentiellement au centre de la chambre, nous avons fait pénétrer le faisceau par un tuyau cylindrique : "Grandgousier" avançant dans la chambre, de 70cm de longueur et 25cm de diamètre intérieur (figure 4). Il permet ainsi :

. une meilleure détection des gammas vers l'arrière.

. une meilleure utilisation de l'optique, en augmentant le nombre moyen de caméras qui "voient" les interactions.

Remarque.- Système de référence dans la chambre : un point de la chambre est repéré par ses trois coordonnées cartésiennes dans un système de référence défini par les trois axes suivants :

- $O\vec{x}$ parallèle à l'axe du corps de chambre et dirigé dans le sens du faisceau ;

- $O\vec{y}$ perpendiculaire à l'axe du corps de chambre, et dirigé vers le haut ;

- $O\vec{z}$ perpendiculaire à l'axe du corps de chambre, horizontal et tel que le trièdre Oxyz soit direct.

Le point O est le centre du corps de chambre. Une direction sera repérée par ses deux angles :

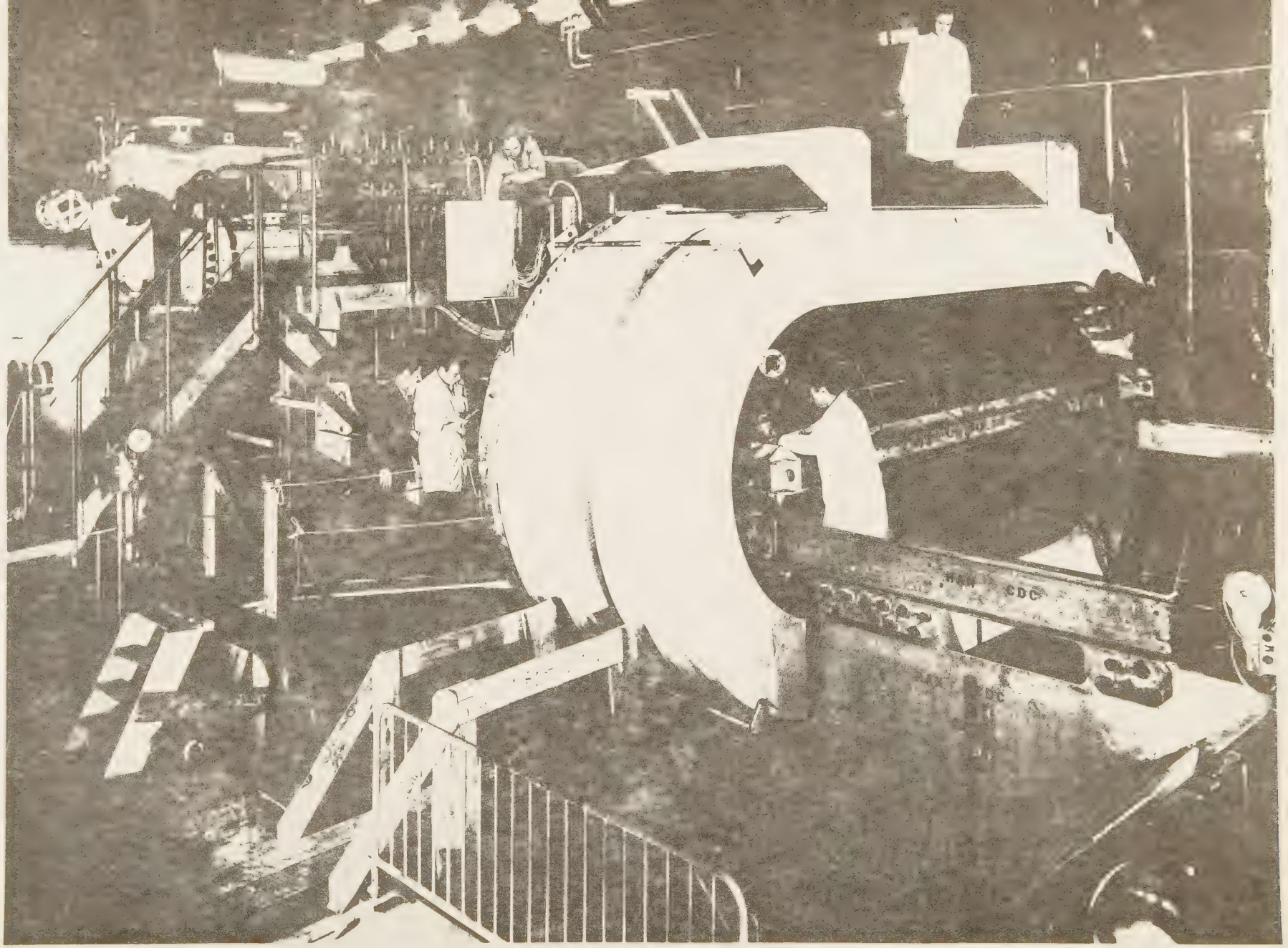


Figure 2a.- La chambre à bulles à liquides lourds Gargamelle en cours d'installation (photo CERN) : au premier plan le corps de chambre et l'aimant ; au second le mécanisme de détente.

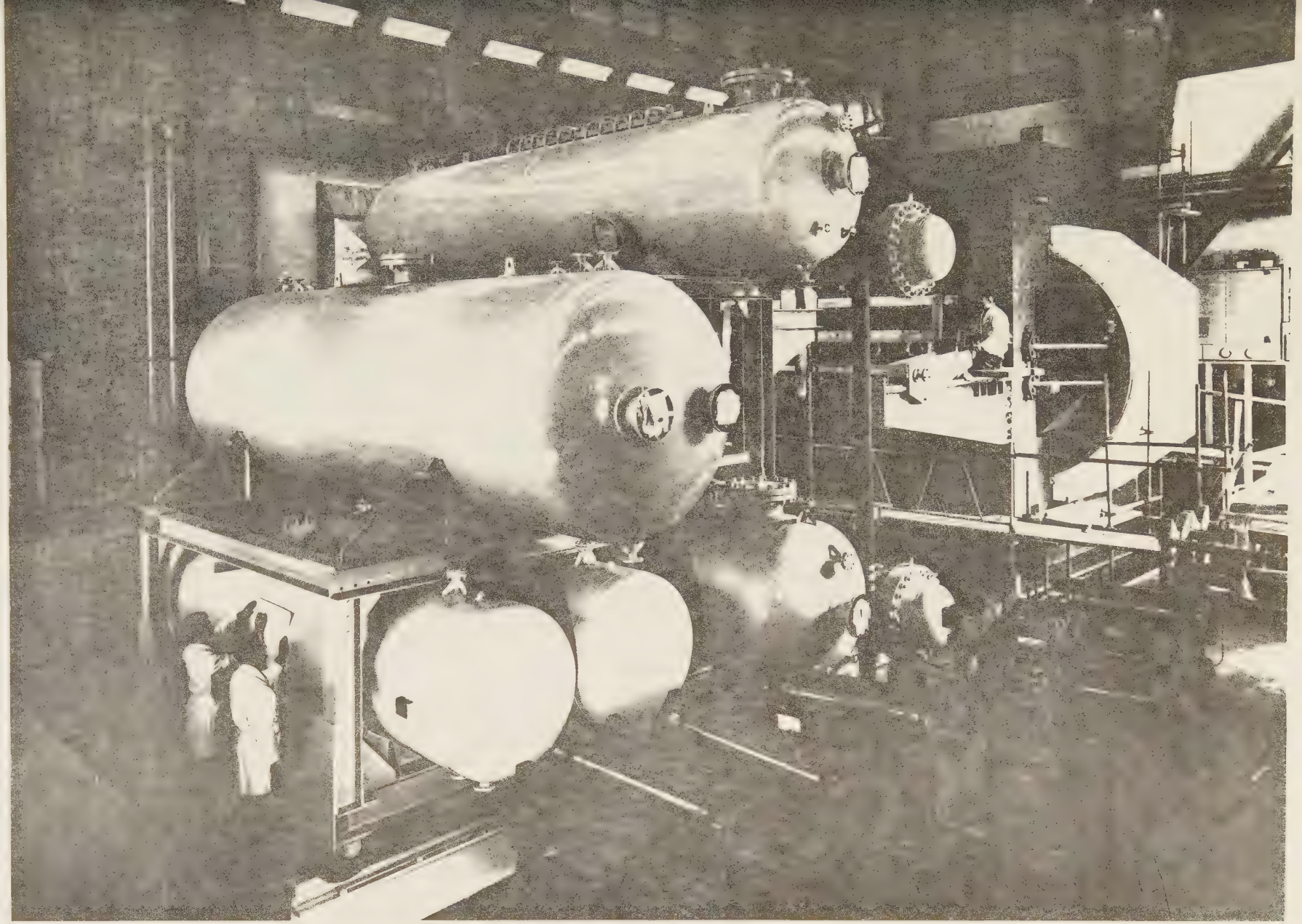


Figure 2b.- La chambre à bulles Gargamelle (Photo CERN). Au premier plan les réservoirs d'azote assurant la compression du liquide ; au second l'aimant (en blanc), entourant le corps de chambre.

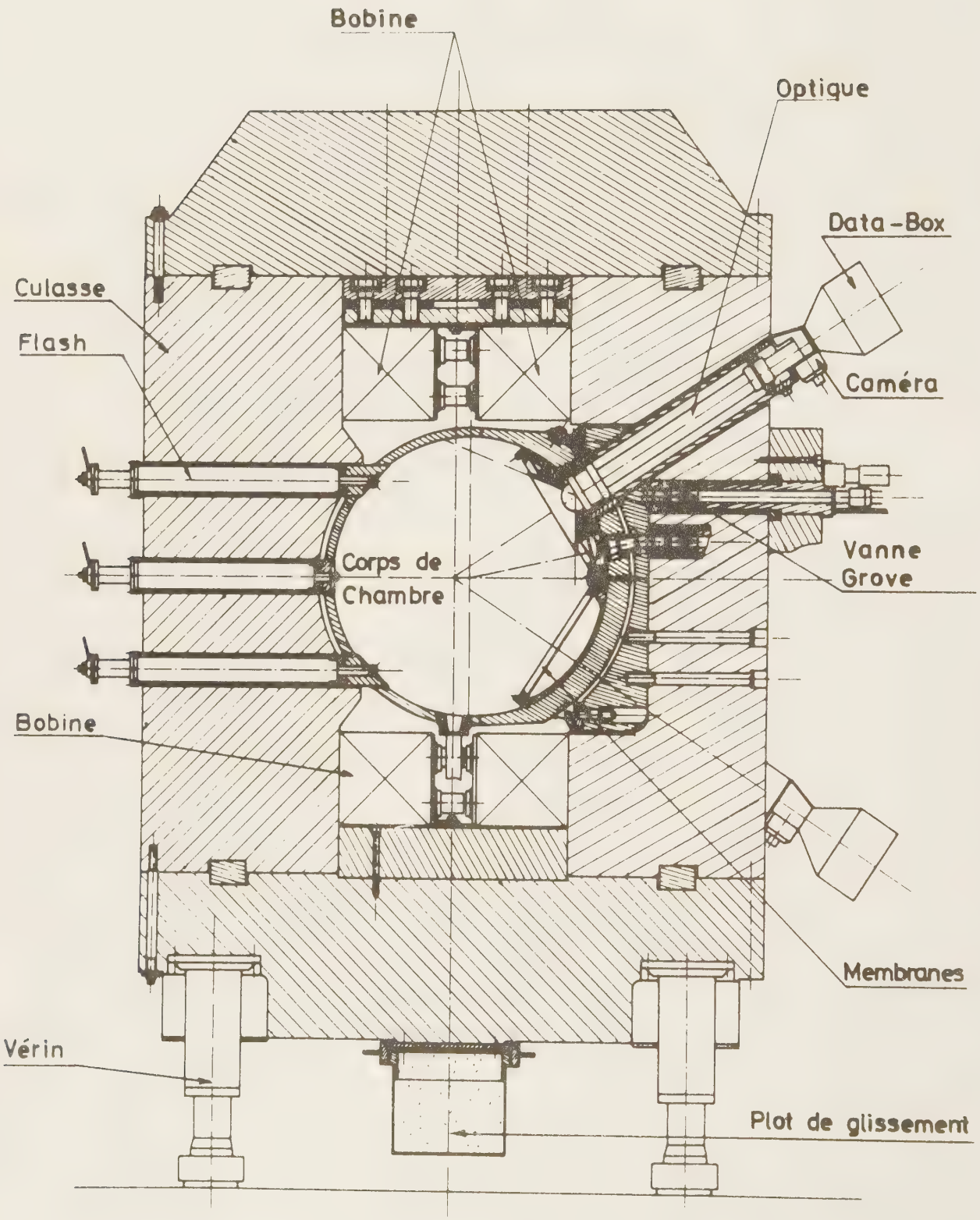
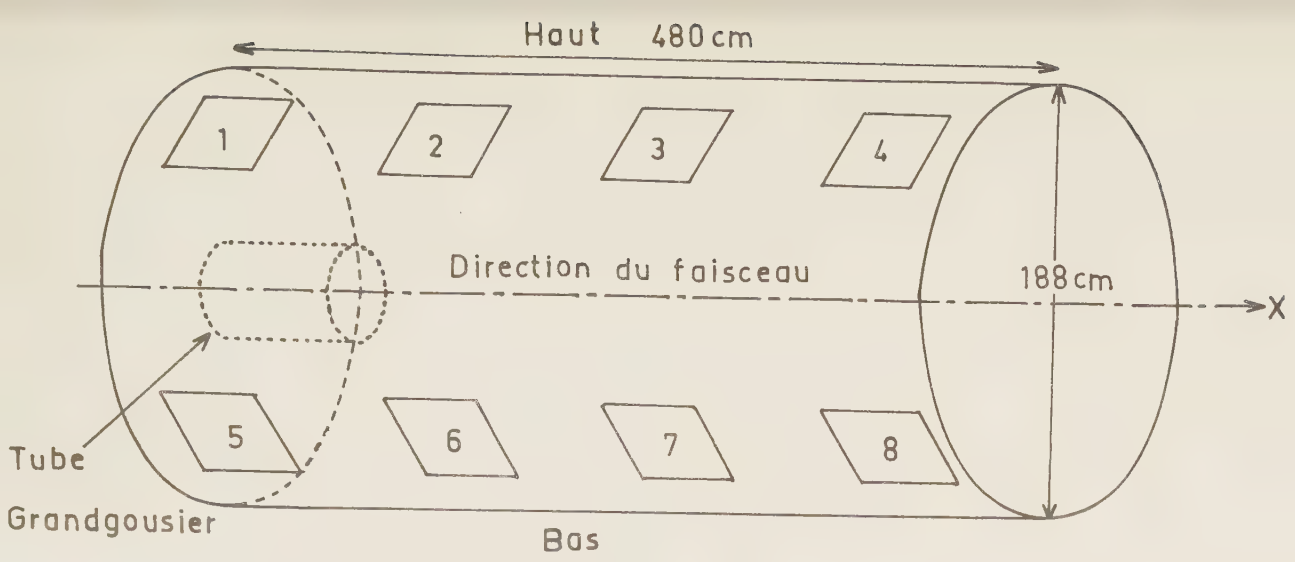
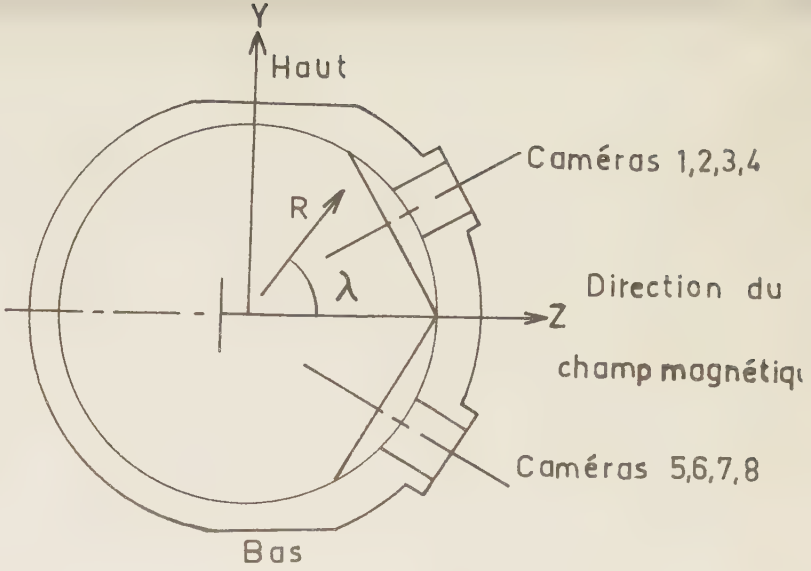
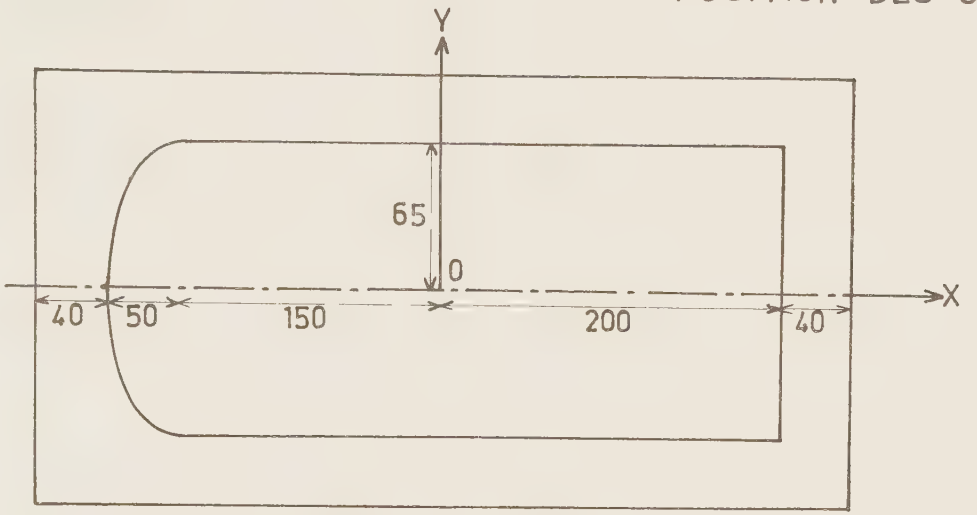


Figure 3 : GARGAMELLE - SECTION

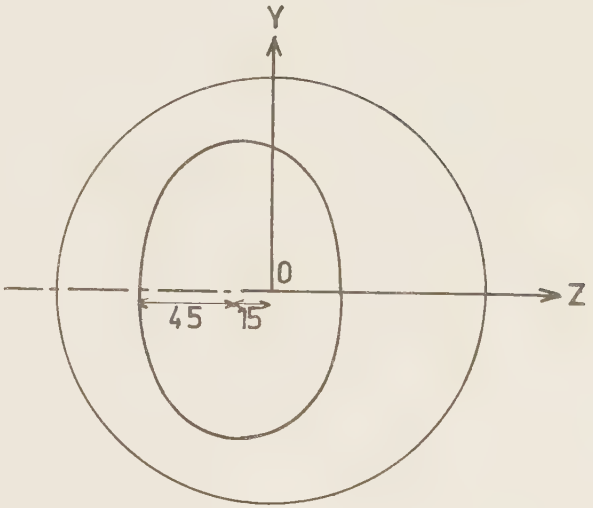




POSITION DES CAMERAS



Vue de face



VOLUME FIDUCIAIRE

Figure 4.-

- angle de profondeur λ ;
- angle azimuthal ϕ.

Ce système de référence est dessiné sur la figure 4.

2. Le liquide

a) Mélange : le but de l'expérience étant l'étude de la production des π° dans l'annihilation $\bar{p}p$, sur proton libre nous voulions réunir les conditions suivantes :

- avoir une probabilité de détection des gammas de 60% environ, ce qui semblait le minimum pour étudier des canaux à 3,4 π° ou plus ;

- avoir un taux élevé de noyaux d'Hydrogène dans notre liquide, car nous sommes intéressés par les annihilations sur proton libre.

C'est dans le but de concilier ces deux contraintes que nous avons choisi un mélange de propane (C_3H_8) et de fréon lourd (CF_3Br) dont la longueur de radiation était :

$$X_o = 45 \text{ cm}$$

Les proportions de ce mélange, qui contenait des traces d'autres matières (O_2, N_2, éthane C_2H_o,...) et qui a légèrement varié durant la prise des photographies sont indiquées dans le Tableau 1, ci-dessous, (d'après les résultats des mesures effectuées au C.E.R.N. sur le mélange, Référence 4). Nous avions alors une bonne mesurabilité des traces et des électrons :

$$\frac{\Delta p}{p} \text{ (trace de 30 cm)} \sim 5\%$$

$$\frac{\Delta p}{p} \text{ (électron)} \sim 20\%$$

	Méthode (*)	Propane C_3H_8	Fréon CF_3Br	Oxygène O_2	Azote N_2	Ethane C_2H_6	Butane C_4H_{10} iso.	Butane C_4H_{10} n.	Densité
LOT 1	A	71.504	16.453	0.012	0.076	1.540	0.320	0.095	0.584
	B	83.204	16.796						
	C	59.47	40.53						
LOT 2	A	81.115	16.660	0.023	0.210	1.562	0.326	0.104	0.584 (**)
	B	82.961	17.039						
	C	59.04	40.96						

TABLEAU I

(*) Notations et méthodes employées :

A : pourcentages en volume en phase gazeuse obtenus par chromatographie ;

B : pourcentages en volume en phase gazeuse renormalisés après l'exclusion des traces des autres constituants (O_2, N_2,...) ;

C : pourcentages en poids en phase liquide correspondant au seul mélange propane-fréon.

(**) Les densités sont identiques, bien que le mélange soit légèrement différent dans l'un et l'autre lot, car elles sont données ici pour les conditions de la prise des photographies qui étaient légèrement différentes pour les deux lots :

	Température	Pression
Lot 1	45.5°C	9 bars
Lot 2	46.0°C	9 bars

La longueur de radiation et la densité du liquide étaient donc respectivement, de :

$$X_o = 45 \text{ cm}$$

$$d = 0.584 \text{ g/cm}^3$$

L'indice de réfraction du mélange était :

$$n = 1.24 \text{ (Référence 5)}$$

b) Calibration de la densité

La mesure de la densité ne peut évidemment pas se faire dans les conditions exactes de la prise des photos. Or il est fondamental de bien connaître la densité du liquide pour obtenir la relation correcte entre l'impulsion et le parcours d'une particule qui s'arrête dans ce liquide. Soient d, d_c et f respectivement la densité réelle du liquide, la densité calculée au CERN et f le facteur correctif à appliquer à d_c :

$$d = f \times d_c.$$

C'est ce facteur f que nous voulons mesurer ici.
Pour cette mesure, nous avons utilisé trois types de variables :

i) le parcours du μ^+ provenant de la désintégration d'un K^+ à l'arrêt suivant le mode $K\mu_2 (K^+ \rightarrow \mu + \nu_\mu)$;

ii) le parcours du π^+ provenant de la désintégration d'un K^+ à l'arrêt suivant le mode $K\pi_2$ $(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^\circ)$;

iii) la masse des Λ° identifiés, comme des V° dont la branche positive est un proton qui s'arrête, et dont la branche négative s'arrête

dans la chambre.

A partir des parcours des particules, et pour chaque valeur du facteur correctif f, nous pouvons calculer l'impulsion p(f) de ces particules, et son erreur $\Delta p(f)$. Dans les cas (i) et (ii), nous construisons alors, pour chaque événement, une fonction de vraisemblance :

$$L_i(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \quad \frac{1}{\Delta p(f)} \quad e^{-1/2 \left[\frac{p(f) - p_o}{\Delta p(f)}\right]^2} \qquad (i=1,\ldots N \text{ ev}^{ts})$$

où p_o est la valeur vraie de l'impulsion de la particule, soit

p_o = 236 MeV/c pour le π^+ de $K\pi_2$

p_o = 205 MeV/c pour le μ^+ de $K\mu_2$

Dans le cas (iii), nous calculons une masse $M_{\Lambda^o}(f)$ pour chaque valeur de f, pour chaque événement, à partir des impulsions des deux particules mesurées par leur parcours, et nous construisons de même :

$$L_k(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \frac{1}{\Delta M_{\Lambda^o}(f)} \quad e^{-1/2 \left[\frac{M_{\Lambda^o}(f) - 1115.6}{\Delta M_{\Lambda^o}(f)}\right]} \qquad (k=1,\ldots N' \text{ ev}^{ts})$$

On peut utiliser simultanément les trois informations, en cherchant le maximum de la fonction :

$$L = \sum_{\substack{i,j,k \\ (\text{ev}^{ts})}} \left[\text{Log } L^i_{\pi^+}(f) + \text{Log } L^j_{\mu^+}(f) + \text{Log } L^k_{\Lambda^o}(f) \right]$$

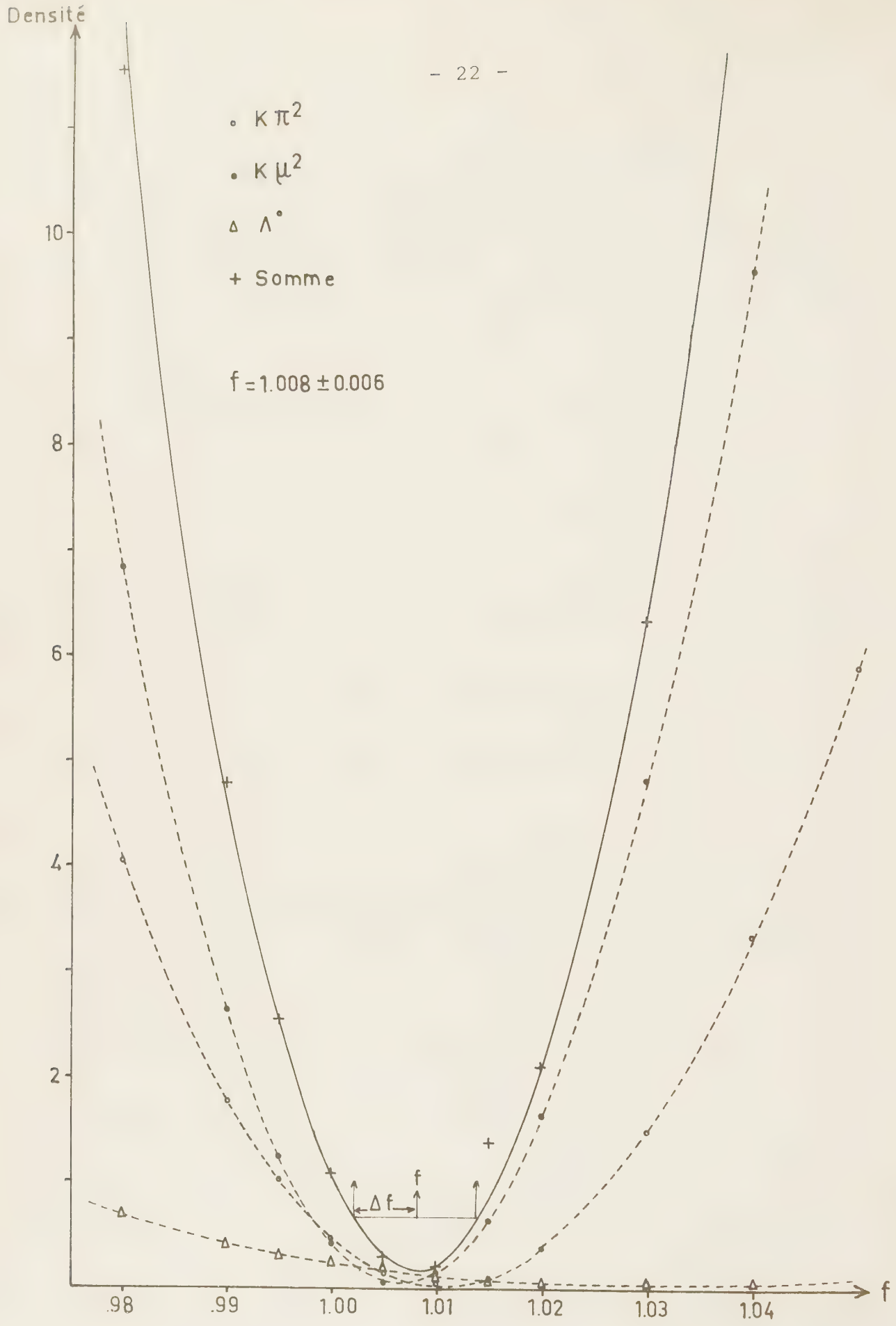


Figure 5 _ Calibration de la densité du liquide

La figure 5 représente :

. chacune des trois fonctions $\sum$ Log L^i pour les $K\mu_2$, $K\pi_2$ et Λ° changées de i signe (courbes en pointillés). Il apparaît que l'information la plus grande est apportée par les $K\mu_2$, tandis que l'information des Λ° est faible.

. la somme L, changée de signe, des trois fonctions de vraisemblance (trait plein).

On obtient ainsi :

$$f = 1.008 \pm 0.006$$

ce qui montre que les valeurs de la densité mesurées au C.E.R.N. conviennent parfaitement. A l'aide de la densité ainsi déterminée, nous pouvons calculer :

i) la relation parcours-impulsion pour des particules s'arrêtant dans le liquide, d'après D. Morellet et M. Aderholz (Référence 6) dessinée en pointillés sur la Figure 6.

ii) la variation de la longueur de matérialisation d'un gamma en fonction de son impulsion (Référence 7) tracée en traits plein sur la Figure 6.

Par matérialisation d'un gamma nous entendrons dans toute la suite du texte :

- la matérialisation en paire e^+ e^- d'un photon ;
- la production d'un électron isolé par effet Compton.

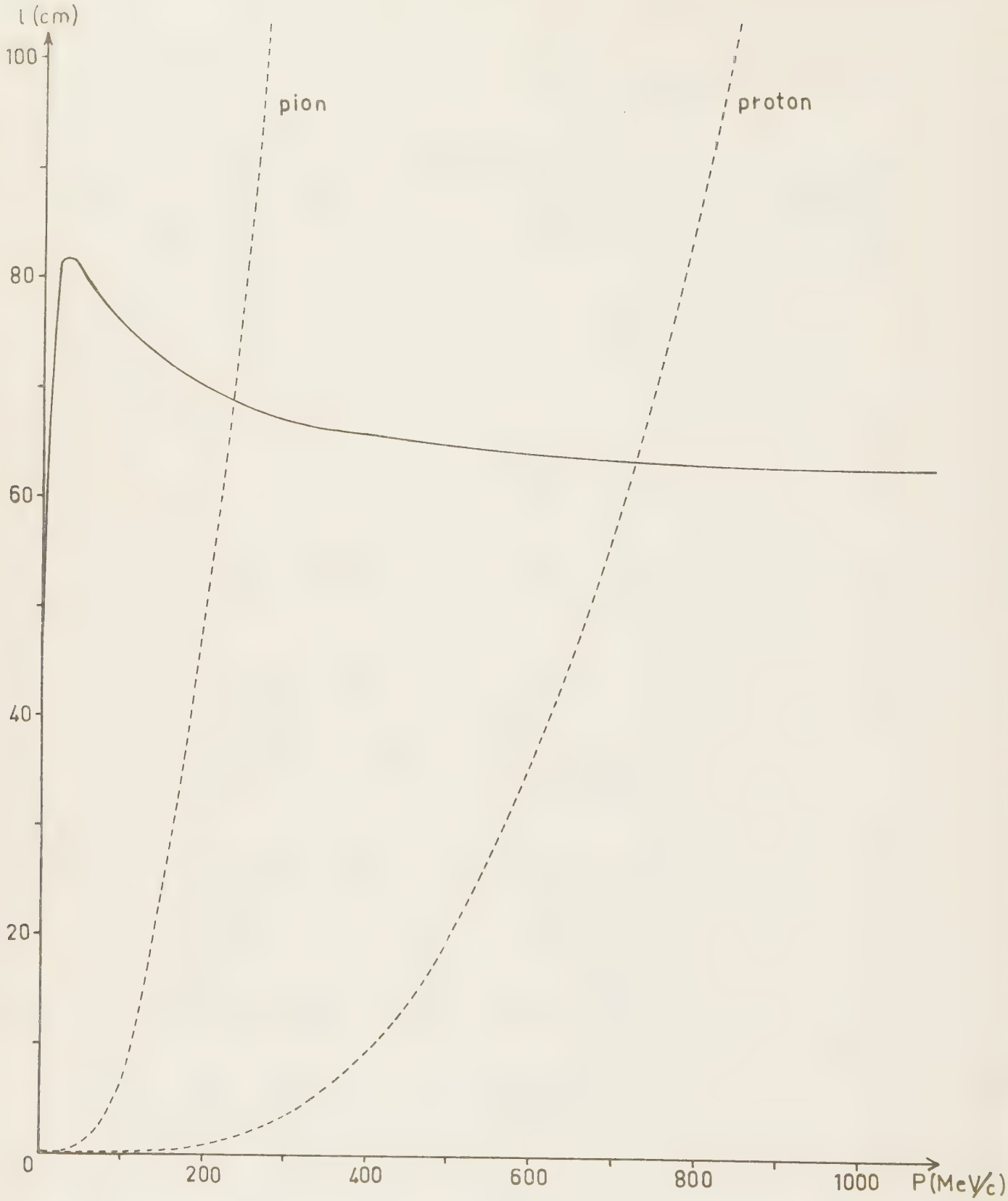


Figure 6_ Longueur de matérialisation des γ (trait plein)

Relation parcours-impulsion (pointillés)

3. Le champ magnétique

Le champ magnétique est horizontal et perpendiculaire à l'axe du corps de chambre, dirigé suivant l'axe $\vec{Oz}$.
La valeur au centre de la chambre est 2 Teslas.
La distribution du champ magnétique dans la chambre a été mesurée avec une précision de $0.7°/_{oo}$ suivant la composante longitudinale du champ. Cette distribution nous est connue par une "carte de champ", déterminée au C.E.R.N. (Référence 8).
Par une méthode analogue à celle appliquée à la calibration de la densité du liquide, nous avons déterminé le facteur correctif f à appliquer au champ magnétique mesuré au C.E.R.N.
Nous avons utilisé des désintégrations de K°_S identifiées, et calculé la masse de ces V°, en fonction de f. Nous avons ajusté le facteur f de façon à faire coïncider la masse mesurée avec celle du K° (497.7 MeV/c^2).
Le facteur correctif est alors de :

$f = 1.012 \pm 0.014$; cette valeur compatible avec 1, prouve encore que nous pouvons utiliser le résultat donné par le C.E.R.N.

4. Longueur d'interaction des antiprotons du faisceau

A partir de 250 traces faisceau d'annihilations identifiées et mesurées, nous avons déterminé la longueur d'interaction λ des antiprotons du faisceau par la méthode de Bartlett (Référence 10).
Ainsi soient :

l_i la longueur de la $i^{ème}$ trace mesurée,

L_i la longueur potentielle de cette trace, définie comme la longueur entre le point d'entrée de la trace dans la chambre et le point de sortie du volume fiduciaire ;

On forme la variable de Bartlett :

$$\xi(\lambda) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left[\frac{l_i}{\lambda} + \frac{L_i}{\lambda} e^{-Li/\lambda} / (1 - e^{-Li/\lambda}) \right] - n}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left[1 - \frac{\left(\frac{L_i}{\lambda}\right)^2 e^{-Li/\lambda}}{(1 - e^{-L_i/\lambda})^2} \right]}}$$

n étant le nombre de traces utilisées.

Une détermination de la longueur d'interaction est alors solution de l'équation :

$$\xi(\lambda) = 0$$

et sa variance σ_λ^2 de : $\xi(\lambda \pm \sigma_\lambda) = \pm \frac{1}{2}$

La résolution graphique de ces équations est montrée sur la figure 7, et l'on trouve :

$$\lambda = (72.0 \pm {}^{4.0}_{4.5} \text{ cm})$$

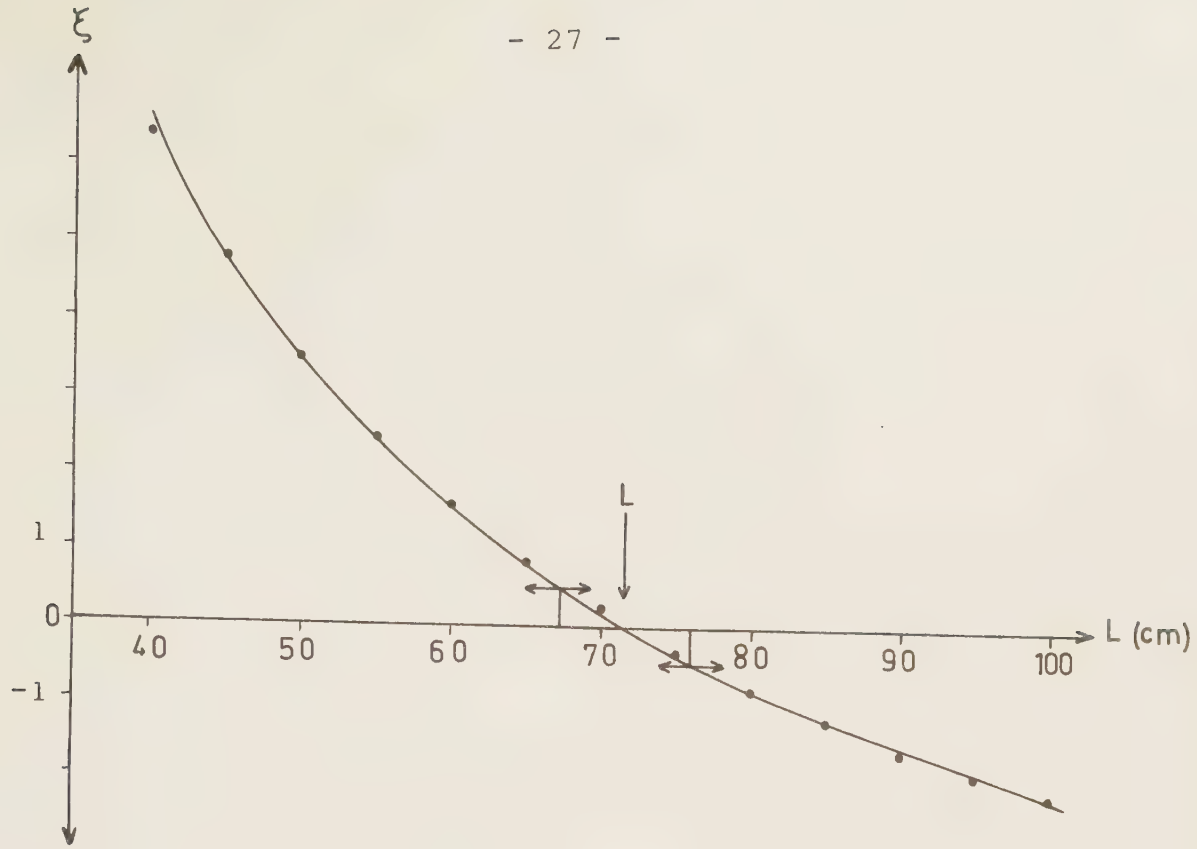


Figure 7.- Détermination de la longueur d'interaction des antiprotons par la méthode de Bartlett

$$L = (72 \,^{+\,4.0}_{-\,4.5}) \text{ cm}$$

C - Statistique - Collaboration

Le nombre de photographies prises aux mois d'Avril et Juin 1972 est 250.000.
Afin de simplifier le dépouillement de ces photographies, nous avons déclaré "non-exploitables" toutes celles qui contiennent plus de 7 antiprotons. Avec cette condition, nous avons obtenu un lot de 670.000 antiprotons.
Chaque photo contient 2.7 antiprotons en moyenne.

Ce lot a été réparti entre quatre laboratoires :

. Université de Bergen, Norvège ;

. C.E.R.N., Genève, Suisse ;

. Centre de Recherches Nucléaires et Université Louis Pasteur, Strasbourg, France ;

. Laboratoire de Physique Nucléaire des Hautes Energies, Ecole Polytechnique, Palaiseau, France.

Les résultats présentés dans ce travail sont le fruit de la collaboration de ces quatre laboratoires et portent sur 80 % de la statistique totale. La méthode d'analyse que nous décrirons est celle utilisée par les quatre laboratoires. La référence [11] donne une autre méthode d'analyse, n'utilisant pas de mesures, nettement moins puissante qui ne permet pas de séparer les canaux à très haute multiplicité en π° des "0 Branche". Le tableau ci-dessous résume les conditions de l'expérience :

Impulsion du faisceau	1.6 GeV/c	Précision relative	0.25 %
		Contamination	π (1.1±0.6)% e 3% μ 8%
Chambre à bulles	Gargamelle	Mélange	Propane ∿ 59% Fréon lourd ∿ 41% en poids
		Densité	0.584
		Indice de réfraction	∿ 1.24
		Longueur de radiation	∿ 45 cm
		Champ magnétique	2 Teslas
		Longueur d'interaction du faisceau	$(72\ ^{+\ 4.0}_{-\ 4.3})$ cm
Photos	250.000	avec 2.70 $\bar{p}$ en moyenne (670000 p)	

CHAPITRE II

SELECTION DES EVENEMENTS

Après la description, dans le Chapitre I, des conditions de la prise des photographies, il convient d'exposer ici la méthode utilisée pour le dépouillement de ces photos.

Les problèmes essentiels de ce dépouillement sont :

- l'enrichissement du lot en annihilations sur proton libre ;

- la séparation des événements annihilations des autres types d'événements.

- la recherche et le dénombrement des γ.

Nous verrons comment le premier point a été résolu dès le stade de la recherche des interactions ; pour le troisième point nous avons effectué un double dépouillement.

Nous terminerons ce chapitre par la description des mesures effectuées sur les événements sélectionnés et par la vérification sur le projecteur du lot de γ de chaque événement par un physicien.

La figure 8 montre les principaux types d'événements recherchés :

a. un "0 Branche" : $\bar{p}p \rightarrow k\pi^\circ$ (k entier ≥ 3),

b. un "2 Branches" : $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^- k\pi^\circ$

c. un "4 Branches" : $\bar{p}p \rightarrow 2\pi^+ 2\pi^- k\pi^\circ$,

d. un "6 Branches" : $\bar{p}p \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^- k\pi^\circ$.

$\Big\}$ $k \geq 0$

Figure 8a.- Photographie d'un événement $\bar{p}p \rightarrow 4\pi^\circ$ avec 7 γ visibles.

Figure 8b.- Photographie d'un événement $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^- 3\pi^\circ$ avec 6 γ visibles (2 Branches).

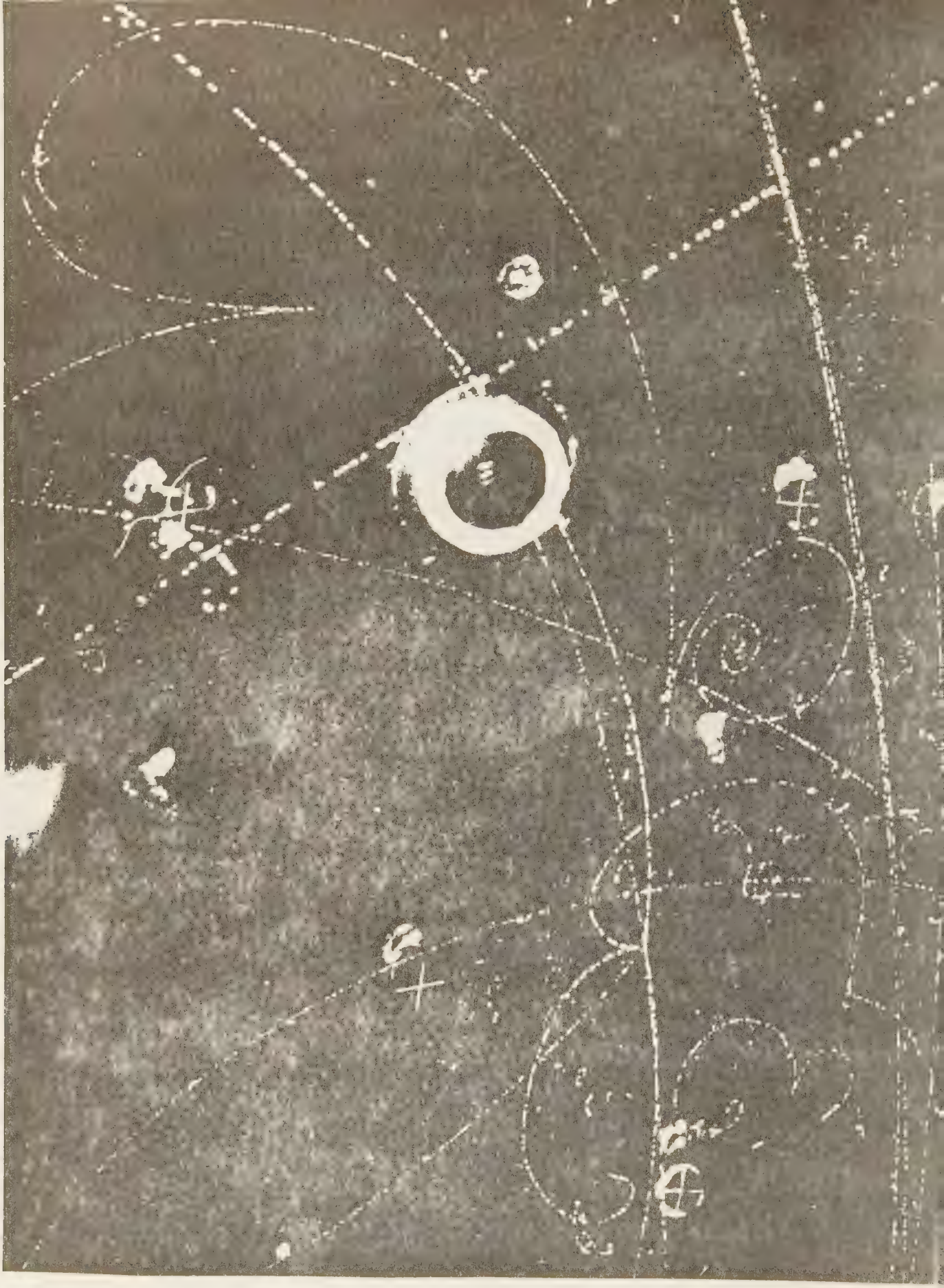


Figure 8c.- Photographie d'un événement $\bar{p}p \rightarrow 2\pi^+ 2\pi^- 2\pi^\circ$ avec 2 γ visibles (4 Branches).

Figure 8d.- Photographie d'un événement $\bar{p}p \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^- \pi^\circ$ avec 1 γ visible (6 Branches).

La recherche des gammas, photons matérialisés en paires e^+ e^- ou électrons produits par effet Compton(*), ainsi que la mesure des éléments retenus dans chaque photographie (points, traces, électrons de γ) ont été réalisées à l'aide d'un système de dépouillement et de mesure relié à un ordinateur. Nous ne décrirons pasici ce système dans tous ses détails. On pourra se reporter aux articles cités en référence (Références 12 et 13) pour obtenir une plus grande information sur le matériel et le système de programmes conçus et utilisés à l'Ecole Polytechnique.

A. Recherche des interactions

1. Rejet des événements sur noyau ou non-annihilation évidents

Le but de cette expérience étant l'étude des annihilations $\bar{p}p$, nous devions rejeter lors du dépouillement des photographies les événements manifestement sur noyau ou non annihilation.
Cette sélection se faisait lors du dépouillement, à l'aide des critères suivants :

a. nous ne retenions que les interactions qui ne produisaient pas de proton identifié.

b. nous ne retenions que les interactions telles que le nombre de particules positives produites soit égal au nombre de particules négatives.

Les interactions sélectionnées, car satisfaisant à ces deux critères, sont appelées "vertex propres" dans la suite.

(*) Bien que nous ne le précisions pas à chaque emploi du mot "gamma", nous entendons par ce mot : paires e^+e^- et électrons "Compton".

Remarque.-

Identification des protons

Un proton sera identifié lorsqu'il s'arrête dans le liquide. Sa probabilité d'identification est voisine de l'unité, car les dimensions de la chambre lui permettent en moyenne un parcours de 60 cm, ce qui correspond à une impulsion de 700 MeV/c.

Seuls ne seront pas détectés, les protons d'impulsion supérieure à 700 MeV/c, qui sont assez rares, à notre énergie incidente.

2. Extraction des "0 Branche" annihilations

Parmi les événements "0 Branche" produits par les antiprotons, nous avons les types suivants :

a. $\bar{p}p \rightarrow \bar{n}n$

ou

$\bar{p}p \rightarrow \bar{n}n \; i \; \pi^\circ$ $(i = 1 \text{ ou } 2)$

b. $\bar{p}p \rightarrow i\pi^\circ$ $(i \geqslant 2)$

Seules les annihilations (catégorie b) nous intéressent ; or nous pouvons distinguer les interactions de type a des annihilations, lorsque l'antineutron produit s'annihile et donne des pions chargés en formant une "étoile neutre". Dans 90% des cas, l'antineutron part vers l'avant -au moins pour la réaction $\bar{p}p \rightarrow \bar{n}n$-; nous avons rejeté alors la plus grosse partie de ces événements à l'aide d'une coupure sur l'angle de l'étoile neutre avec la direction du faisceau incident.
Bien entendu, il était hors de question, pour nous, d'appliquer une coupure sur l'angle dans l'espace, car cela aurait nécessité la mesure de tels événements. Nous avons donc

utilisé le critère suivant relatif aux projections sur les diverses vues ;

"Une étoile neutre sera déclarée correlée avec un vertex propre "O Branche", lorsque sur toutes les vues où l'on voit simultanément l'étoile et le vertex, l'angle de la ligne de vol de l'étoile avec l'antiproton incident est inférieur à 15°.

Un vertex "O Branche", avec une étoile neutre correlée, sera rejeté".

Ce critère a été choisi de façon à minimiser à la fois :

. les événements non-annihilation restant dans le lot pour éviter d'augmenter le nombre d'événements à mesurer (on verra qu'ils représentent environ 30% des "O Branche" mesurés)

. la perte en événements due à une corrélation accidentelle (cette perte, déterminée au Chapitre 4 (page 62), ne dépasse pas 1% des événements).

3. Obtention des échantillons d'événements

Les événements "O Branche" annihilation, représentent des événements rares par rapport aux annihilations avec des particules chargées ; nous avons donc dans notre méthode de dépouillement, privilégié les événements "O Branche" non rejetés par la coupure à l'aide de la procédure suivante : nous avons cherché les événements "O Branche" dans toutes les photographies et les événements "n ≠ O Branches" seulement dans les photographies où nous avions trouvé un "O Branche" accepté par les critères définis ci-dessus.

Ce lot ainsi obtenu de "n Branches" représente un échantillon non biaisé du lot total (environ 11%), car la production d'un "O Branche" par un antiproton est aléatoire et indépendante en particulier, du résultat des interactions des autres antiprotons du faisceau.

4. Efficacités du dépouillement et conclusion

Nous avons effectué la recherche des "vertex propres" deux fois. Nous pouvons donc déterminer pour chaque type d'événement l'efficacité de dépouillement, (Référence 14). Le tableau ci-après montre les pourcentages respectifs des divers types d'événements de l'échantillon, ainsi que les diverses efficacités de dépouillement.

Nous avons ainsi une méthode de dépouillement qui nous permet de privilégier les événements rares (annihilation sans particules chargées) et d'obtenir néanmoins un lot important d'événements avec traces chargées.

Types	Nombre d'ev^{ts} pour 1000 $\bar{p}$	Pourcentage	Efficacité de 2 dépouillements
O Branche sans étoile corrélée	5.9 ± 0.3	2.2 %	(99.0 ± 1.0)%
2 Branches	86.9 ± 4.9	32.5 %	(92.0 ± 1.0)%
4 Branches	103.0 ± 5.2	38.5 %	(90. ± 1.)%
6 Branches	71.8 ± 8.5	26.8 %	(95. ± 1.)%
Total	267.6 ± 11.1	100 %	

Les pourcentages indiqués dans ce tableau sont valables dans la méthode où l'on regarde toutes les photos.

B. Recherche des gammas

1. Méthode

Cette expérience, qui se propose d'étudier les hautes multiplicités en π°, donc en γ, repose essentiellement sur la qualité de la recherche des gammas ; afin d'obtenir une bonne efficacité pour cette recherche, nous avons utilisé une méthode systématique employant pleinement les possibilités de "mesure en ligne" du système.

Nous pouvons résumer cette méthode par les trois opérations suivantes :

a. recherche et collecte pour chaque vue, et indépendamment des autres vues, de tous les gammas (*) pouvant provenir du vertex de l'interaction considérée. Comme l'efficacité de dépouillement devient trop faible lorsque l'impulsion du gamma est trop petite, nous avons rejeté les γ de la photo qui étaient couverts par un cercle de diamètre 15 mm ; notre méthode de dépouillement était telle que seuls étaient rejetés les γ recouverts par ce cercle sur toutes les vues.

Une étude par programme de simulation Monte-Carlo a montré que ce critère ne correspondait pas à une coupure nette en impulsion du γ, mais à une perte progressive suivant l'énergie, comme l'indique la figure 9 ci-dessous.

b. dialogue entre l'opérateur et le programme qui tente de trouver les correspondances entre les diverses projections sélectionnées en (a). Ce dialogue comporte lui-même deux parties : d'abord demander à l'opérateur de débrouiller, à l'oeil, les projections trop voisines pour être distinguées par les calculs approchés du programme, puis compléter les projections en demandant à l'opérateur, en lui indiquant un empla-

---

(*) Comme dans la note de la page 34 , précisons que nous appellerons improprement γ tout photon matérialisé en paire e^+ e^- ou tout électron produit par effet Compton.

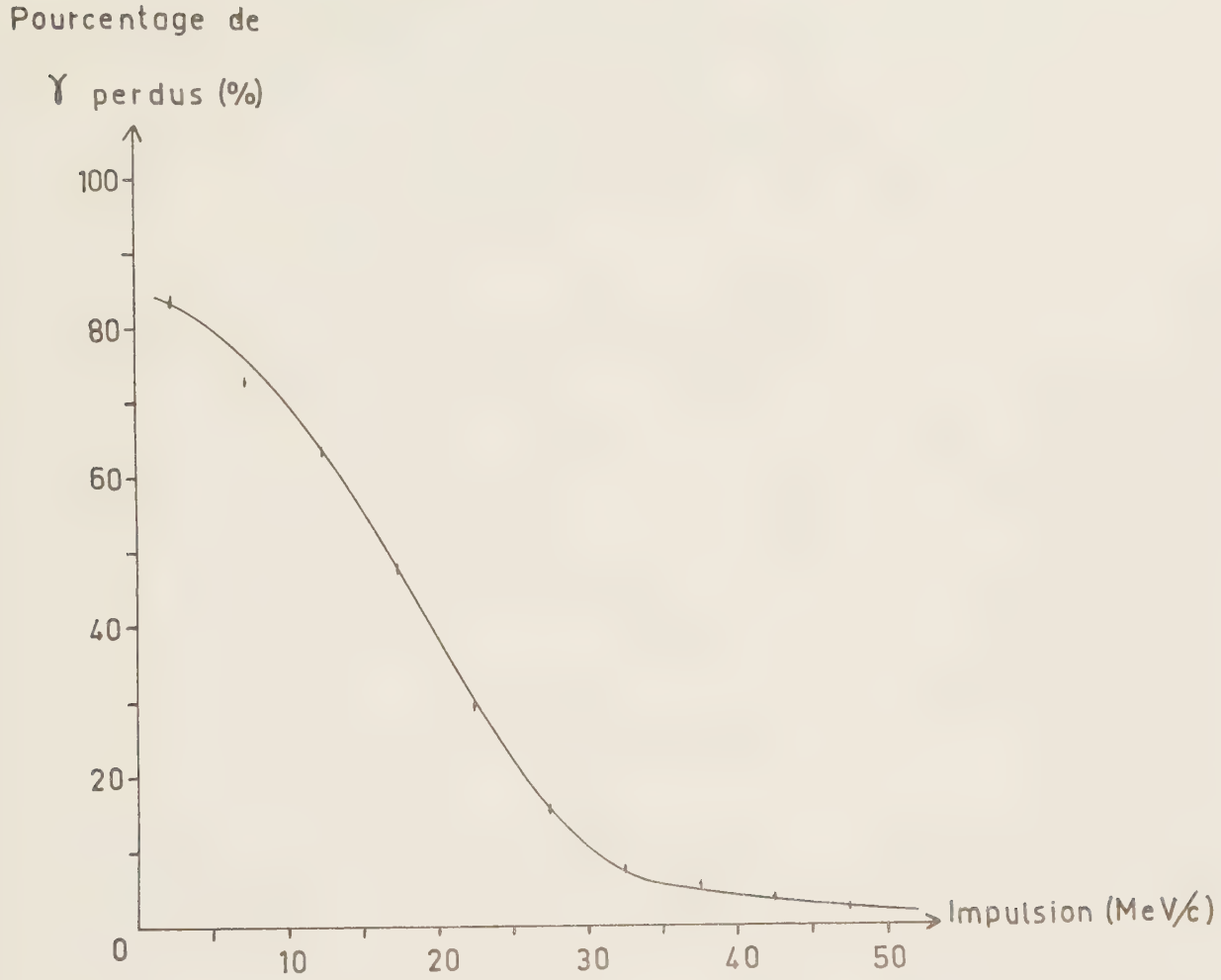


Figure 9.- Pourcentage de γ perdus par la coupure "cercle" (γ rejeté si recouvert par un cercle de 15 mm en projection). La courbe est tracée à l'oeil pour fixer les idées.

cement donné sur une vue donnée, s'il n'a pas oublié une projection à cet endroit. Ainsi un gamma couvert par le cercle de 15 mm de diamètre sur une vue, mais pas sur une autre sera alors récupéré.
Le dialogue ne s'arrête que lorsque le programme parvient à un ensemble cohérent de projections.

c. pour chaque gamma ramassé, représenté par un ensemble de projections, le programme vérifie -d'une manière approchée- le pointage sur le vertex considéré et demande à l'opérateur de lui indiquer les autres origines possibles de ce gamma.

Notons que c'est toujours l'opérateur et non le programme, qui décide en dernier ressort du pointage du gamma.

2. Efficacités de dépouillement

Cette recherche des γ ayant été effectuée deux fois, nous pouvons déterminer l'efficacité de dépouillement (Référence 14). La visibilité des gammas dans Gargamelle, dépend a priori et de leur position, et de leur direction dans la chambre, et de leur impulsion.

i. Position du Gamma

La figure 10 montre la variation de l'efficacité de dépouillement en fonction de :

a. la position sur l'axe $O\vec{y}$: y
b. la position sur l'axe $O\vec{z}$: z

du sommet du γ.

On a tracé sur ces figures une paramètrisation possible par une parabole dont les paramètres sont indiqués aussi.

Pour la coordonnée longitudinale x, la variable sensible est plutôt la différence entre l'abscisse du vertex du point d'interaction, et l'abscisse du sommet du γ ; la

Figure 10.- Efficacité de dépouillement :

a. en fonction de l'ordonnée Y du sommet du gamma. La courbe représente la parabole $\varepsilon = \varepsilon_o - \frac{(Y - Y_o)^2}{R_Y^2}$

avec $\begin{cases} Y_o = 5.1 \text{ cm} \\ R_Y = 317 \text{ cm} \\ \varepsilon_o = 0.995 \end{cases}$

b. en fonction de l'ordonnée (z+15) du sommet du gamma. La courbe représente la parabole $\varepsilon = \varepsilon_o - \frac{(z - z_o)^2}{R_z^2}$

avec $\begin{cases} z_o = -0.4 \text{ cm} \\ R_Y = 199 \text{ cm} \\ \varepsilon_o = 0.996 \end{cases}$

c. en fonction de la différence $X_\gamma - X_v$ des abscisses du sommet du gamma et du point d'interaction associé. La courbe tracée n'a pour but que de guider l'oeil, comme dans les figures 10d, e et 11.

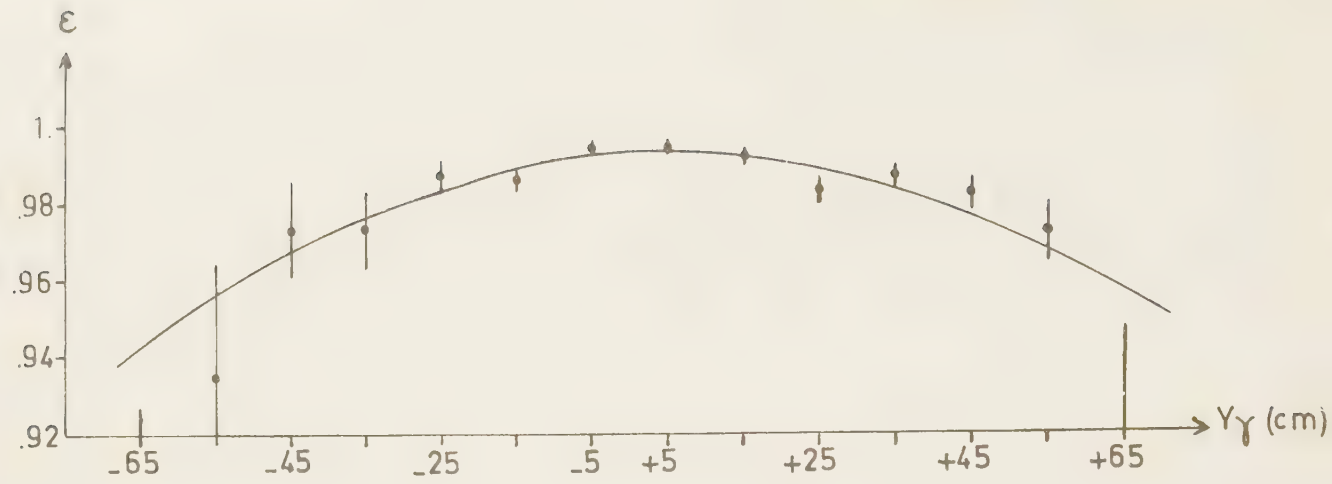


Figure 10 a

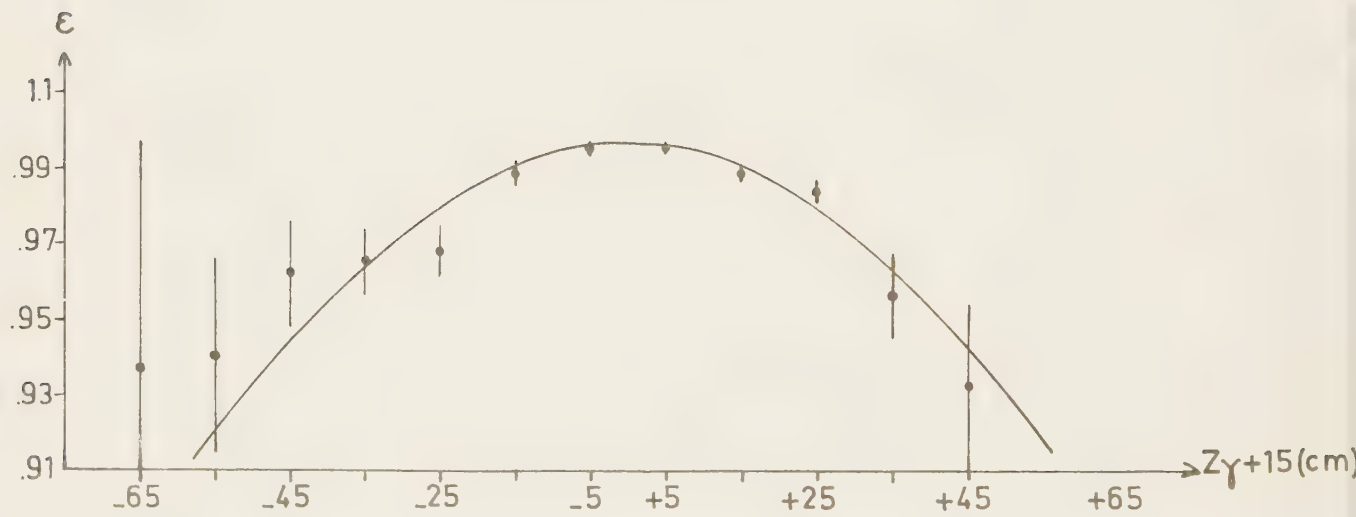


Figure 10 b

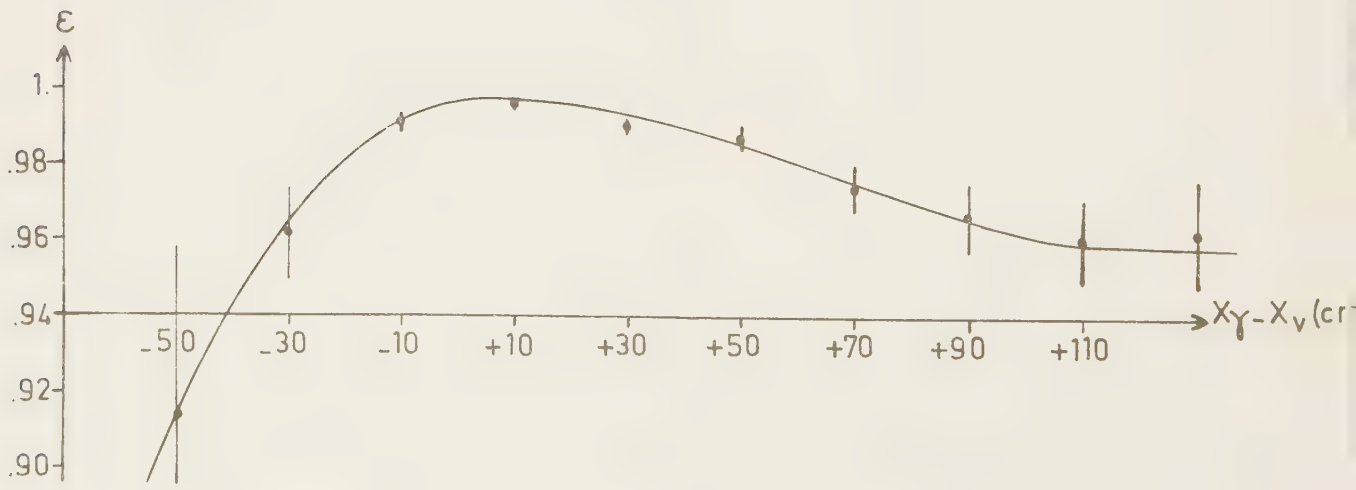


Figure 10 c

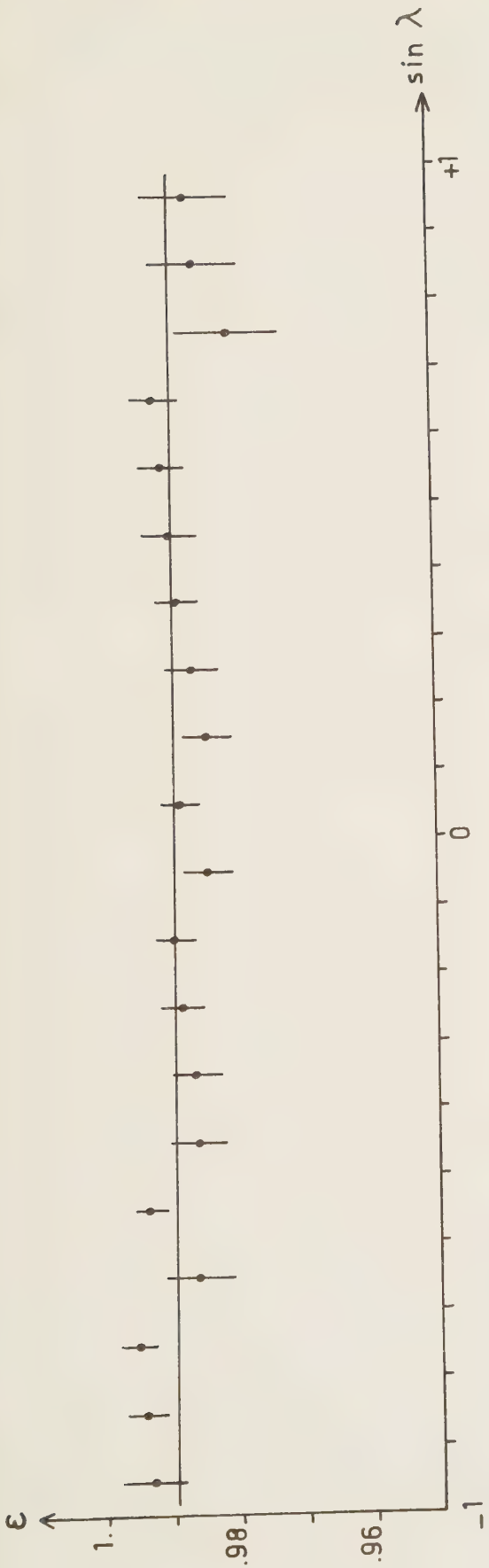


Figure 10 d _ Efficacité en fonction de sin λ

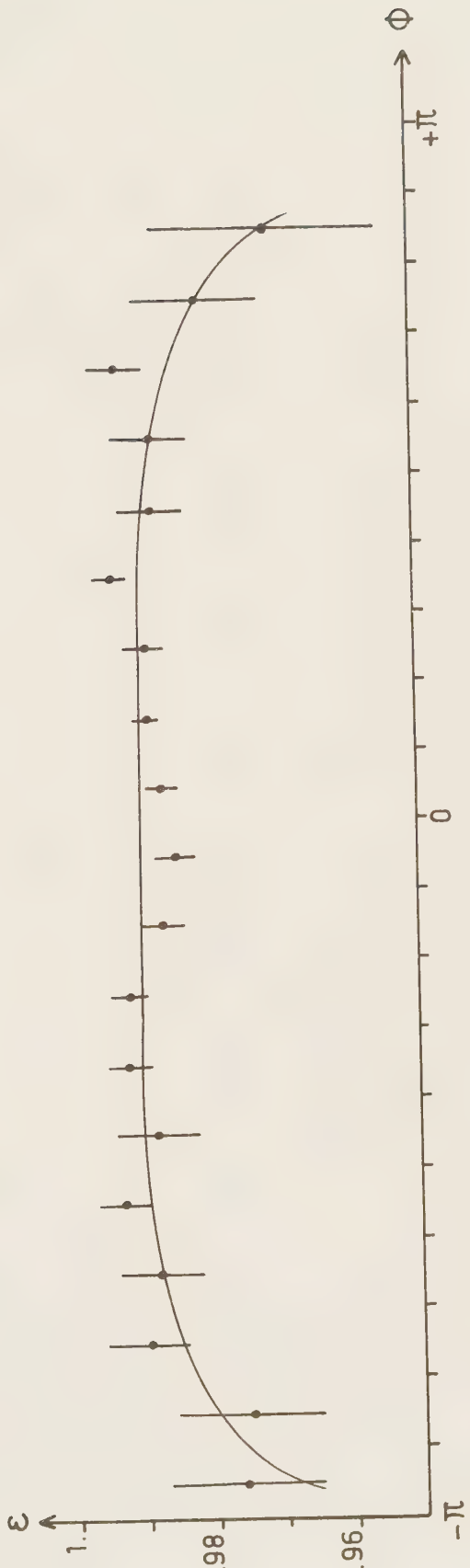


Figure 10 e _ Efficacité en fonction de Φ

figure 10 c montre la variation de l'efficacité de détection en fonction de cette variable ainsi qu'une paramètrisation possible.

ii. Direction du Gamma

On sait qu'une variable importante pour un gamma, est l'angle de profondeur de sa ligne de vol λ défini au § B-1 du Chapitre I (page 10), car sa forme, sur les projections où on le recherche, en dépend directement. Nous avons donc voulu vérifier que notre dépouillement ne dépendait pas de la forme du gamma en projection, c'est-à-dire de l'angle de profondeur, ce qui est évident sur la figure 10-d. La variation de l'efficacité de dépouillement en fonction de l'angle azimuthal, défini au paragraphe B-1 du Chapitre 1 (page 13) est montrée sur la figure 10-e.

Notons que cette variation est liée à la variation de la différence des abscisses du vertex et du gamma (Figure 10-c) et présente la même asymétrie avant-arrière.

iii. Impulsion du Gamma

La figure 11 montre la variation de l'efficacité de dépouillement en fonction de l'impulsion du gamma. La décroissance de l'efficacité pour les faibles impulsions est aussi corrélée avec l'asymétrie avant-arrière signalée pour les figures 10c et e. En effet, ce sont plutôt les gammas peu énergiques qui se matérialisent vers l'arrière.

iv. Volume fiduciaire

Les figures 10a, b et c nous suggèrent alors un volume fiduciaire cylindrique d'axe parallèle à l'axe $\vec{Ox}$ de la chambre, de base elliptique dont les paramètres, donnés dans le tableau ci-après,sont obtenus en exigeant une efficacité supérieure à 95% dans tout le volume fiduciaire. Bien sûr nous devons retirer de ce cylindre le tuyau "Grandgousier" et pour tenir compte de la perte en γ autour

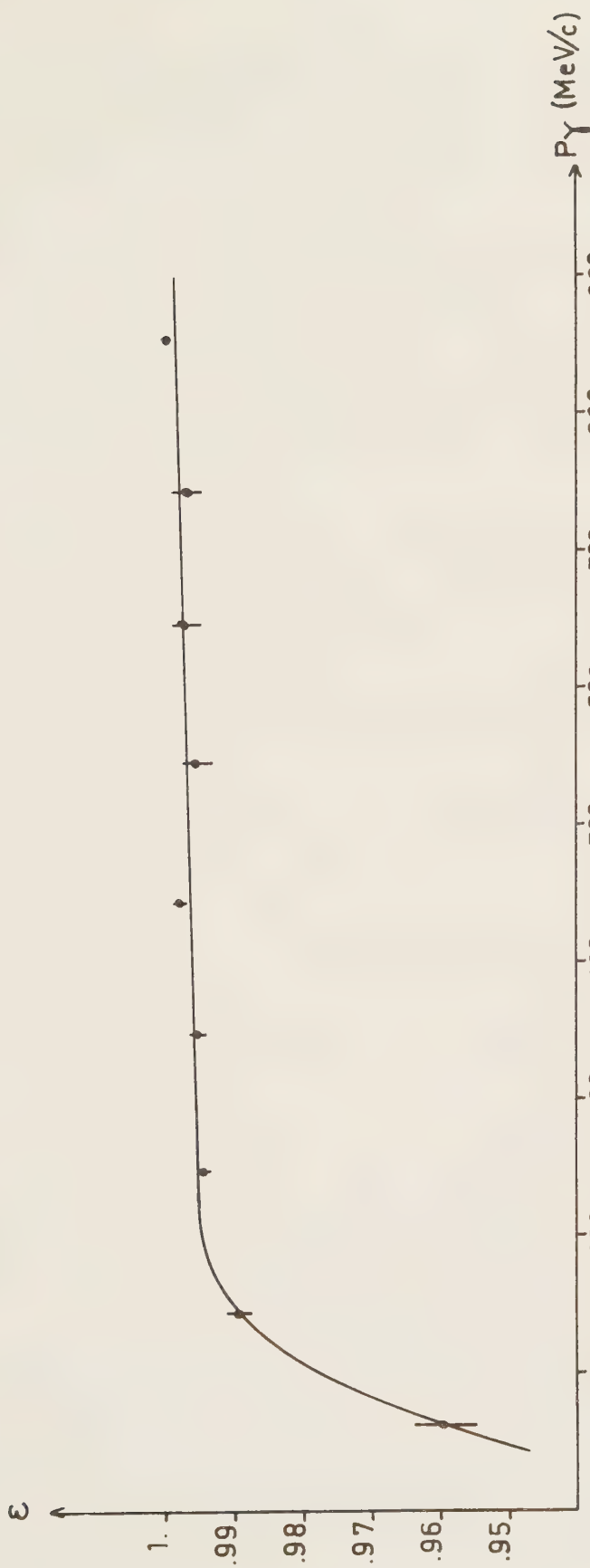


Figure 11 – Efficacité de dépouillement en fonction de l'impulsion du γ

de ce tuyau et en bout de chambre nous avons fermé ce cylindre elliptique par un ellipsoïde de mêmes axes.

Cylindre elliptique défini par

$-150 < X < +200$

base : axe suivant $\vec{Oy}$: 65 cm

base : axe suivant $\vec{Oz}$: 45 cm

Fermeture du cylindre par un ellipsoïde

d'axes : $\vec{Ox}$: 50 cm

$\vec{Oy}$: 65 cm

$\vec{Oz}$: 45 cm

Ce volume est dessiné sur la figure 4 du chapitre 1 (page 17).

C. Reconstruction géométrique

A partir des mesures des projections des traces sur les vues où elles sont visibles, un programme de reconstruction dans l'espace fourni, au moyen d'un ajustement, la courbure, la direction et la longueur pour chaque trace.
Ce programme, spécialement conçu pour les grandes chambres à bulles, utilise la méthode "des points quasi-correspondants" (point QCP) (Référence 15) : à partir des groupes de projections, il reconstitue un point QCP, puis la trace est reconstruite par un ajustement sur ces points QCP (Référence 16).
Pour les traces qui ne s'arrêtent pas, l'impulsion est mesurée à partir de la courbure ; l'erreur sur cette impulsion provient alors de l'imprécision des pointés lors de la mesure, et d'une erreur systématique due à la diffusion coulombienne multiple.
Pour une trace de 30 cm, l'erreur relative est alors de 6%.

Pour les traces qui s'arrêtent, l'impulsion est connue par la loi parcours-impulsion ; l'erreur provient alors de l'erreur sur la mesure de la longueur et du phénomène de fluctuation de parcours ("straggling"). L'erreur relative typique sur ces traces est alors de l'ordre de 1%.

Les électrons des gammas sont aussi reconstruits par la méthode des"points QCP". Leur impulsion, mesurée à partir de leur courbure est corrigée pour la perte due au rayonnement de freinage ("Bremsstrahlung") par la méthode de Behr et Mittner (Référence 17) ; l'erreur sur l'impulsion minimisée par le choix de la longueur de mesure de l'électron est due à la diffusion multiple, au rayonnement de freinage et à l'erreur de pointé ; elle a été calculée par la méthode de Van Quaethem (Référence 18). Nous conclurons en donnant le tableau des erreurs typiques sur la mesure de l'impulsion des divers éléments :

type	$\Delta p/p$
$\pi^{\pm}$ $L_{visible} = 30$ cm	0.06
$\pi^{\pm}$ arrêt	0.01
$e^{\pm}$	0.25
γ	0.20

D. Vérification des γ par un physicien

1. Méthode

Nous avons voulu, pour chaque événement après la mesure et la reconstruction géométrique :

i. vérifier la qualité des mesures ;

ii. classer les gammas suivant leur pointage indépendamment de la mesure, dans les trois catégories indiquées ci-dessous.

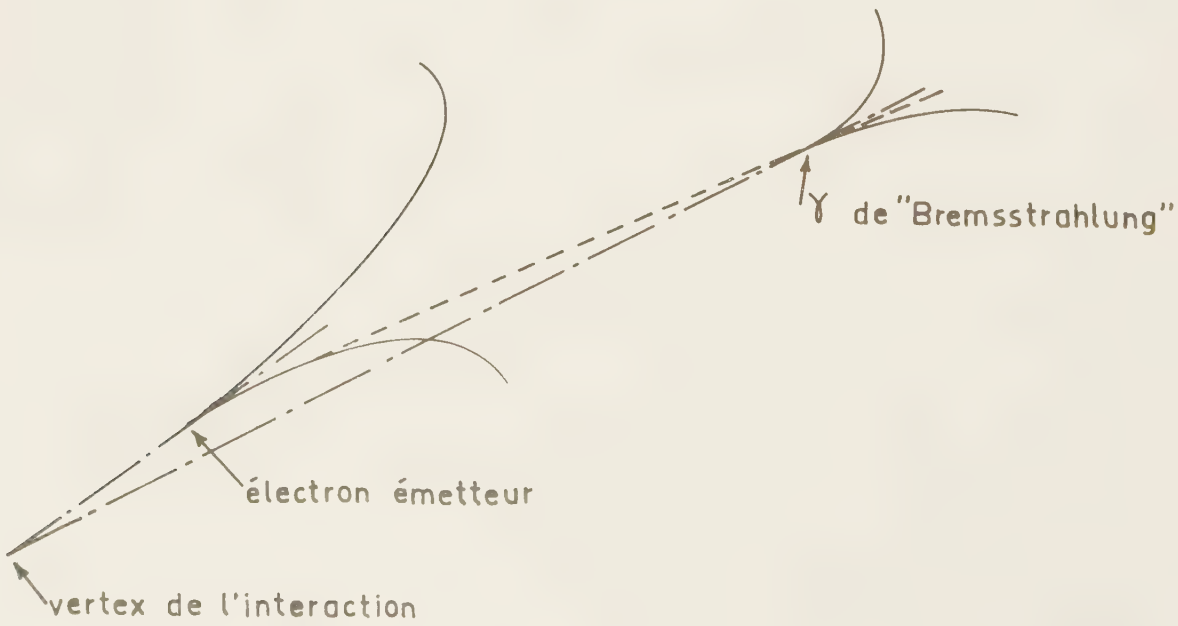
Pour cela les physiciens de l'expérience ont revu chaque événement sur le projecteur.Les gammas sélectionnés ont été, au cours de cette vérification, classés en trois catégories :

i) "Gamma Sûr" : un gamma a été déclaré "sûr" sur une interaction intéressante, s'il ne peut être associé qu'avec ce vertex.

ii) "Gamma Ambigu" : on déclarera ainsi tout gamma matérialisé qui peut être associé avec le vertex de l'interaction étudiée et avec d'autres vertex d'interactions primaires, intéressantes ou non, ou secondaires.

iii) "Gamma de Bremsstrahlung": gamma émis par rayonnement de freinage d'un électron d'une paire e^+e^-, appartenant, ou non, au lot de gammas associés à l'interaction étudiée.

Un gamma était déclaré appartenir à cette dernière catégorie, lorsque sa ligne de vol semblait tangente sur toutes les vues, en un même point de l'électron du gamma émetteur, comme l'indique la figure ci-dessous :



Nous verrons au chapitre 5 relatif à l'estimation du taux de gammas parasites que la séparation entre ces gammas de "Bremsstrahlung", et les gammas appartenant au lot de l'interaction considérée, faite à l'oeil est très satisfaisante.

Afin de réduire le nombre de gammas ambigus parasites, nous avons rejeté tous les gammas dont la longueur de vol était supérieure à 150 cm. En effet, au delà de cette distance, qui correspond environ à trois longueurs de matérialisation, un gamma semble provenir de toutes -ou presque- les interactions présentes dans la photo. De plus pour de grandes longueurs de vol une vérification du pointage à l'oeil devient impossible, car gamma et vertex sont rarement sur une vue commune.

2. Longueurs réduites

Pour vérifier que notre sélection des gammas à l'oeil ne nécessite pas de grosse correction (soit à cause de γ vrais rejetés, soit à cause de γ parasites sélectionnés), nous pouvons regarder la distribution de la variable "longueur réduite", définie par :

$$L_R = \frac{1 - e^{-L_{vol}/X_o(p)}}{1 - e^{-L_{pot}/X_o(p)}}$$

où L_{vol} est la longueur de vol du gamma, c'est-à-dire la distance entre le vertex de l'interaction auquel il est associé, et son sommet ;

$X_o(p)$ est la longueur de matérialisation du gamma, si p est son impulsion ;

L_{pot} la longueur potentielle associée au couple vertex-gamma, et définie comme la distance qu'aurait pu

parcourir le photon dans la direction définie par le γ matérialisé, avant de sortir du volume fiduciaire, s'il ne s'était matérialisé. La figure 12 montre ces longueurs réduites pour les gammas sûrs et les gammas ambigus.

La loi de matérialisation étant exponentielle, la distribution de la longueur réduite doit être uniforme entre 0 et 1. Par contre pour des gammas parasites, donc associés à un mauvais vertex, la loi de matérialisation n'est plus exponentielle pour ce vertex, et donc si nous avions introduit un grand nombre de gammas parasites, nous aurions une distribution non uniforme pour la longueur réduite.

La figure 12 montre bien que la contamination de notre lot de gammas par des gammas parasites est faible.

Nous conclurons ce chapitre en remarquant que

i. le dépouillement des interactions s'est effectué suivant une procédure qui nous a permis de minimiser le nombre de mesures, et les différents bruits de fond ;

ii. notre ramassage de gammas s'est effectué avec une efficacité supérieure à 95% ;

iii. le taux de gammas parasites a été limité grâce à la vérification des gammas après mesure.

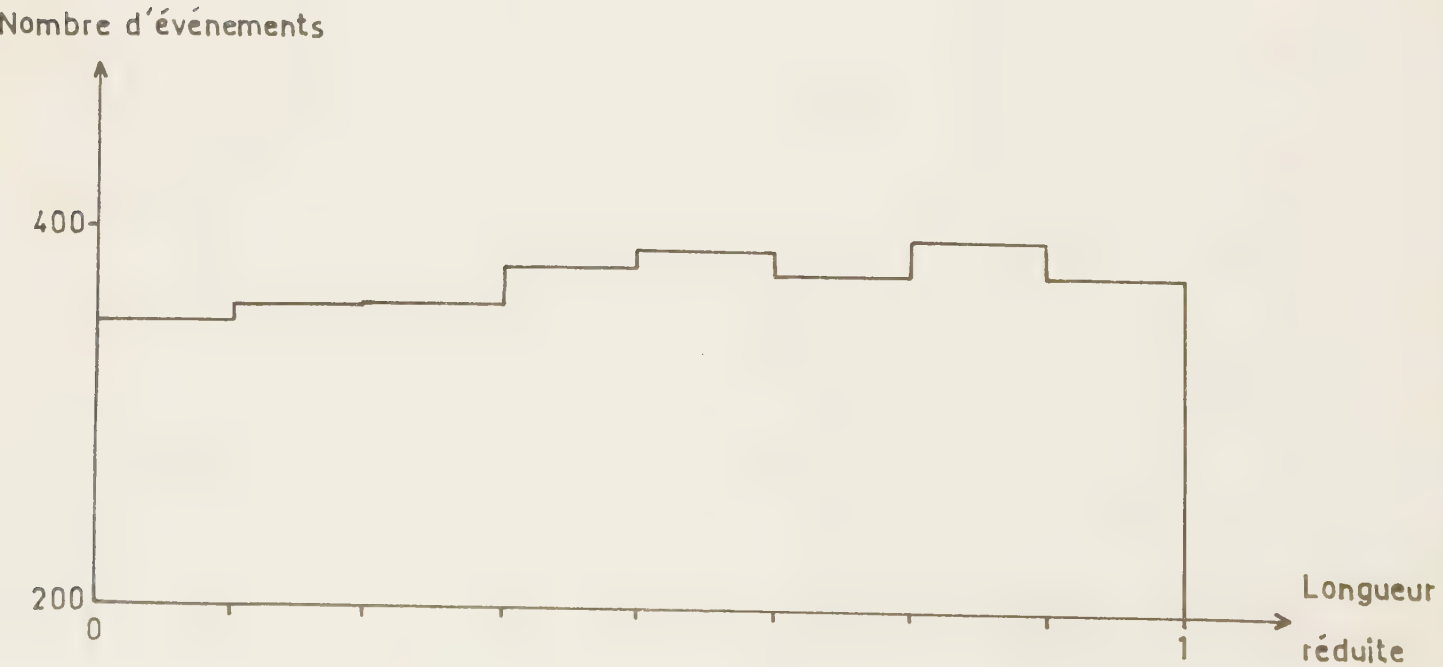


Figure 12.- Longueur réduite des gammas sûrs et ambigus

DEUXIEME PARTIE

-:-:-:-:-

Corrections du lot d'événements sélectionnés

Dans cette seconde partie, nous allons déterminer les diverses corrections que doit subir notre lot d'événements. Pour cela nous étudierons successivement :

i) les pertes en événements dues aux traces très courtes, donc souvent mal identifiées (Chapitre 3) ;

ii) les bruits de fond résiduels dus aux événements non-annihilation ou aux annihilations avec particules étranges (Chapitre 4) ;

iii) les corrections dues à la présence dans notre lot de gammas parasites ne provenant pas des annihilations intéressantes, mais pointant par hasard sur elles (Chapitre 5).

"Moi, je suis en dehors, simple lecteur".

S. Mallarmé

CHAPITRE III

CORRECTIONS DES PERTES DUES AUX TRACES TRES COURTES

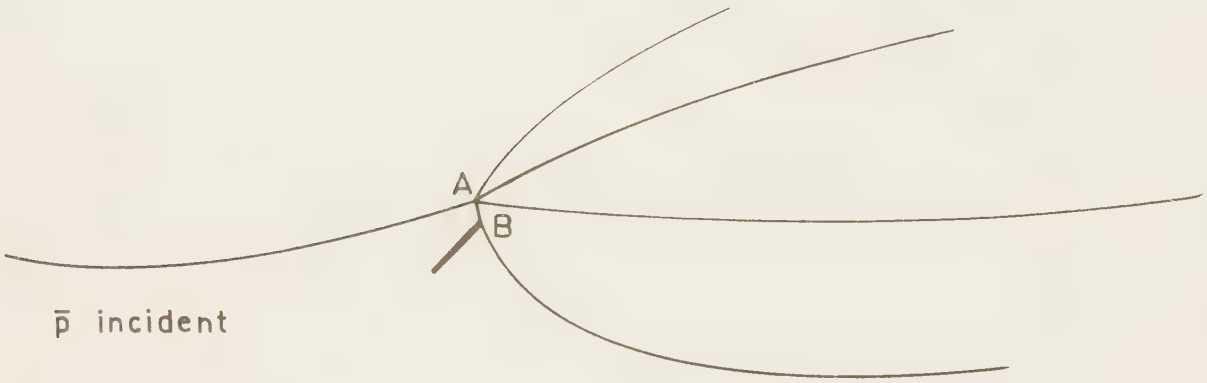
Nous allons, dans ce chapitre, estimer la perte d'événements ayant des traces très courtes ; deux cas peuvent se produire :

i) un pion chargé interagit après un très faible parcours (∿ quelques mm), donc très près du vertex de l'interaction intéressante, en donnant d'autres particules (pions et protons) ; l'opérateur risque, lors du dépouillement des photos, de ne pas voir cette petite distance et de confondre les deux vertex primaire et secondaire en un seul. Si le nombre de traces présentes n'est pas celui recherché, ou si un proton est visible au vertex secondaire, l'événement sera rejeté.

ii) un pion de basse énergie s'arrête après un très petit parcours, sans courbure décelable et sera le plus souvent confondu avec un proton, auquel cas l'événement sera rejeté aussi.

A. Pions qui interagissent très près du vertex

Ainsi que nous venons de le décrire dans l'introduction, nous envisageons le cas de la figure ci-dessous :



Soit A le vertex intéressant et B le vertex de l'interaction secondaire avec la distance AB petite -soit plus petite que 0.5 mm sur la table de projection, ce qui correspond en moyenne à 1.5 mm dans l'espace.
Un calcul simple nous permettra de nous rendre compte de l'ordre de grandeur de l'effet :

i) calcul de la probabilité d'interaction d'un pion avant 1.5 mm

Supposons, pour simplifier, le volume fiduciaire infini ; si L est la longueur moyenne d'interaction des pions, la probabilité d'interaction d'un pion avant la longueur ℓ est

$$p = 1 - e^{\ell/L}$$

Une méthode de Bartlett, analogue à celle employée au Chapitre 1 § C, nous donne la longueur moyenne d'interaction des pions :

$$L = (67 \pm 7) \text{ cm}$$

On peut alors calculer la probabilité pour l = 1,5 mm :
$p = 0.22 \times 10^{-2}$

ii) influence de ces interactions

Nous avons observé[1] expérimentalement que les pions qui interagissent dans notre liquide, ne peuvent donner à leur impulsion moyenne de 400 MeV/c que :

1) un autre pion (sans proton visible) dans 40% des cas pour les π^+ et 60% des cas pour les π^-

2) un pion avec proton visible dans 60% des cas pour les π^+ et 40% des cas pour les π^-. Or si un pion interagit très près d'un vertex sans donner de proton, il ne sera pas cause du rejet de l'événement, ni d'un changement de multiplicités (nous verrons en effet au chapitre 7 que la production de pions supplémentaires peut être négligée à cette énergie).

Ainsi seule la seconde possibilité nous fera perdre l'événement ; si nous lui donnons une probabilité moyenne de 50%, nous obtenons la probabilité par trace d'interagir très près du vertex, en produisant un proton :

$$p' = 0.11\%$$

Ainsi la plus grande des pertes est obtenue pour les 6 Branches, et elle est de l'ordre de 0.7%. Nous ne prendrons donc pas en considération cette correction inférieure d'un ordre de grandeur aux autres corrections.

---

[1] Ceci sera exposé en détail au Chapitre 7.

B. Pions de basse énergie qui s'arrêtent près du vertex

Alors qu'un π^+, même de très basse énergie, est toujours identifié par la réaction de désintégration :

$$\pi^+ \rightarrow \mu + \nu_\mu$$
$$\quad\quad\quad

Nbre de π°	2 Branches	4 Branches	6 Branches
0π		$(0.05 \pm 0.18)\,10^{-2}$	$(2.89 \pm 0.47)\,10^{-2}$
1π	$(0.05 \pm 0.05) \times 10^{-2}$	$(1.31 \pm 0.25)\,10^{-2}$	$(4.82 \pm 0.57)\,10^{-2}$
2π	$(0.17 \pm 0.08) \times 10^{-2}$	$(1.68 \pm 0.30)\,10^{-2}$	$(6.75 \pm 0.70)\,10^{-2}$
3π	$(0.54 \pm 0.13) \times 10^{-2}$	$(2.64 \pm 0.37)\,10^{-2}$	
4π	$(0.86 \pm 0.20) \times 10^{-2}$		
5π	$(1.26 \pm 0.29) \times 10^{-2}$		

Les facteurs correctifs à appliquer à nos données pour compenser ces pertes, se déduisent facilement des résultats du tableau ci-dessus. Comme ils correspondent à un nombre de π° donné, nous ne pourrons les appliquer qu'après avoir déterminé la multiplicité en π° de nos événements, ce qui sera fait au Chapitre 6.

Seules sont non négligeables, les pertes d'événements dans les canaux à haute multiplicité en pions. Ceci est dû au fait que le liquide choisi pour cette expérience n'a pas un pouvoir d'arrêt trop grand.

CHAPITRE IV

ETUDE DU BRUIT DE FOND

Nous nous proposons maintenant d'estimer la contamination de notre lot d'événements "annihilation en pions" par deux sortes d'événements :

i) les réactions élastiques, d'échange de charge, et inélastiques, donc non-annihilations.

ii) les annihilations produisant des particules étranges.

Pour soustraire ces événements, nous utilisons une méthode fondée sur les principes suivants :

i) lors de l'analyse sur projecteur des événements, nous identifions une proportion appréciable (environ 30%) de ces événements comportant un K^+, un K°, un $\bar{p}$ ou un $\bar{n}$ secondaires, parmi les particules produites.

ii) à partir de la probabilité d'identification de chaque type de particule secondaire, que nous allons estimer, nous remontons à la contamination du lot d'annihilations.

A. Soustraction des événements non-annihilation

1. Définition

Nous appellerons "événements non-annihilation", les événements contaminant notre lot du type :

$$\bar{p}p \rightarrow \bar{N}N + \text{pions chargés ou neutres.}$$

a. Evénements "0-Branche " : comme nous n'avons pas de particules chargées dans l'état final, le seul bruit de fond possible est de la forme :

$$\bar{p}p \rightarrow \bar{n}n + k\pi^\circ \qquad (k \geqslant 0).$$

Le nombre de pions neutres produits ne peut dépasser 2, car l'énergie disponible est inférieure au seuil de la réaction produisant 3 pions.
Nous avons vu, au Chapitre 2, comment on éliminait une bonne partie de ces événements (environ 40%), lors de la recherche des interactions, par une coupure sur l'angle projeté entre l'étoile neutre formée par l'annihilation de l'antineutron, et la direction du faisceau incident.
La section efficace du canal $\bar{p}p \rightarrow 2\pi^\circ$ étant très faible (environ 13 µb d'après la Référence 20), et cette expérience ayant une sensibilité de 2.6 événements par µb, le nombre d'événements $\bar{p}p \rightarrow 2\pi^\circ$ que nous obtiendrons sera très faible (12 environ, si nous tenons compte de la visibilité des γ) ; comme ces événements seront noyés dans un grand nombre d'événements $\bar{p}p \rightarrow \bar{n}n\ 2\pi^\circ$, nous ne pouvons espérer les extraire du bruit de fond non-annihilation sans une analyse cinématique complète. Nous ne nous intéresserons donc, lors de la détermination des multiplicités en π°, qu'aux événements "0 Branche" ayant au moins 5γ matérialisés.
La contamination de tels événements est alors nulle pour

tous les canaux sauf éventuellement pour :

$\bar{p}p \to \bar{n}n\ 2\pi^\circ$ $\longrightarrow$ 4γ matérialisés + 1γ ambigu parasite

$\bar{p}p \to \bar{n}n\ 2\pi^\circ$ $\longrightarrow$ 3γ matérialisés + 2γ ambigus parasites

Cependant un calcul simple, fondé sur les résultats de l'étude des gammas ambigus parasites (Chapitre 5 suivant) permet d'estimer les fractions de ces événements présents dans notre lot d'événements "0 Branche" à 5γ, respectivement à 1.7 % et 0.3 % du total des événements $\bar{p}p \to \bar{n}n\ 2\pi^\circ$ restant après la coupure, correction très faible devant les erreurs statistiques (*).

b. Evénements "2 Branches" : nous pouvons avoir deux types d'événements non-annihilation dans les "2 Branches" :

i) ceux qui produisent un $\bar{p}$:

$$\bar{p}p \to \bar{p}\ n\ \pi^+ + k\pi^\circ \quad (k = 0,1)$$

$$\bar{p}p \to \bar{p}\ p\ \ + k\pi^\circ \quad (k = 0, 1, 2)$$

ii) ceux qui produisent un $\bar{n}$

$$\bar{p}p \to \bar{n}\ p\ \pi^- + k\pi^\circ \quad (k = 0,1)$$

$$\bar{p}p \to \bar{n}n\ \pi^+\pi^-$$

(*) En effet si nous supposons une section efficace de la réaction $pp \to \bar{n}n\ 2\pi^\circ$, de l'ordre de 0.5 mb, nous obtiendrons pour 10^4 p incidents : 20 événements, soit 12 après coupure. Donc les 5γ annihilations représentant (10.4 ± 1.2) evts seront des événements contaminés par 0.24 evts non-annihilation.

Nous supposons, évidemment, que dans les réactions qui produisent un proton, celui-ci n'a pas été identifié, sans quoi l'événement aurait déjà été rejeté. De plus, comme ci-dessus en (a), la production de trois pions, en plus du système $\bar{N}N$, est énergétiquement impossible, car nous sommes alors au dessous quant à l'énergie disponible du seuil énergétique de la réaction : $\bar{p}p \rightarrow \bar{N}N + 3\pi$.

c. Evénements "4 Branches"

Nous pourrions avoir la contamination suivante :

i) $\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p\ \pi^+\pi^-$

ii) $\bar{p}p \rightarrow \bar{p}n\ \pi^+\pi^+\pi^-$

iii) $\bar{p}p \rightarrow \bar{n}p\ \pi^+\pi^-\pi^-$

Les réactions à trois pions secondaires étant impossibles, seule nous préoccupe la réaction (i).
Dans ce cas nous sommes voisins du seuil, donc il n'y a que très peu d'énergie disponible en plus des masses. Le proton produit sera alors de basse énergie et pratiquement toujours identifié. Nous l'avons constaté lors de la vérification des événements sur projecteur, car nous n'avons pas trouvé d'événement "4 Branches" avec un antiproton secondaire identifié (sur 600 "4 Branches"), alors que la probabilité d'identification de l'antiproton en vol est appréciable (environ 30% , ainsi que nous le verrons plus loin). Nous admettrons donc qu'il n'y a pas de contamination par des événements non-annihilations dans le lot de "4 Branches". Ce qui est valable pour les événements "4 Branches", l'est a fortiori pour ceux du type "6 Branches" ; aussi le seul bruit de fond qui nous occupera maintenant, est celui des événements avec deux traces chargées.

2. Soustraction du bruit de fond non-annihilation dans les événements "2 Branches"

a. Non-annihilation avec $\bar{n}$

L'identification de ces événements est possible grâce à l'annihilation de l'antineutron secondaire (étoile neutre définie page 35). Cependant nous faussons cette identification par deux effets :

i) Corrélation des étoiles : parfois nous associons à tort, des étoiles neutres au vertex considéré. Nous mesurerons donc le taux d'étoiles corrélées accidentellement τ_{cA} ;

ii) Détection des étoiles : tous les antineutrons ne sont pas détectés, soit parce qu'ils ne s'annihilent pas tous en "étoiles neutres", soit par un défaut de notre dépouillement ; nous devons connaître la probabilité d'annihilation d'un antineutron en une étoile neutre satisfaisant aux critères ainsi que l'efficacité de dépouillement des étoiles.

Pour estimer l'effet (i) des corrélations accidentelles étoile-vertex, nous avons recherché, parmi les événements "4 Branches" -donc sans bruit de fond non-annihilation et ne pouvant donc produire d'étoile -ceux qui avaient une étoile neutre corrélée d'après les critères habituels définis au Chapitre 2 (page 36). Sur un lot d'environ 550 événements, nous avons trouvé que le taux "d'étoiles neutres" correlées avec un vertex "4 Branches" était :

$$\tau_{CA} = (0.91 \pm 0.41)\%,$$

que nous appelerons taux de corrélation accidentelle d'une étoile neutre. Par ailleurs dans les événements "2 Branches", le nombre de ces événements comportant une étoile neutre est de

$N_{2\ \text{Branches}} = 8 \pm 2.8$ pour 6000 $\bar{p}$ soit pour un total de 466 ± 7 événements "2 Branches"

Pour ce lot d'événements, le nombre de ceux dont l'étoile est corrélée à tort est :

$$(466 \pm 7) \times (0.91 \pm 0.41) \times 10^{-2} = 4.24 \pm 1.90$$

Normalisant à 1000 antiprotons incidents, nous obtenons par soustraction, le nombre d'événements "2 Branches" avec un antineutron secondaire produisant une étoile neutre :

$$N_{2Br}^{\bar{n}\ \text{détecté}} = 0.64 \pm 0.58 \,/_{10^3 \bar{p}}$$

Pour étudier l'effet (ii) de détection des étoiles neutres, nous utiliserons les événements "0 Branche".
Nous avons, en premier lieu, déterminé par un double dépouillement l'efficacité moyenne de dépouillement des "étoiles neutres". Nous avons trouvé :

$$\varepsilon = (99.72 \pm 0.09)\%$$

D'autre part, notre lot d'événements "0 Branche" se divise en deux sortes d'événements :

i) les événements avec étoile corrélée
(soit $N_1 = 131 \pm 12$ pour 10^4 $\bar{p}$ incidents)

ii) les événements sans étoile corrélée
(soit $N_2 = 262 \pm 17$ pour 10^4 $\bar{p}$).

Dans la catégorie (ii) les événements non annihilation se concentrent dans les événements à moins de 5γ ; il faut encore soustraire les événements annihilation avec moins de 5γ détectés, ce que nous avons fait, en utilisant les résultats du Chapitre 6, quant au nombre d'événements "0 Branche" annihilation et à leur contribution aux événements "0 Branche" à moins de 5γ.

Nous obtenons ainsi le nombre d'événements non-annihilation "0 Branche" sans étoile corrélée :

$$N_2' = 210 \pm 18 \quad \text{pour } 10^4\ \bar{p} \text{ incidents}$$

La probabilité de détecter et de corréler une étoile neutre est donc

$$P_{\bar{n}} = \frac{(N_1/\varepsilon)}{N_2 + (N_{1/\varepsilon})}$$

soit $P_{\bar{n}} = (38 \pm 4)\%$, après correction par l'efficacité de dépouillement ε.
La soustraction du bruit de fond doit de plus être faite en fonction du nombre de gammas observés dans l'état final ; nous avons donc déterminé la multiplicité en gammas des "2 Branches" avec une étoile corrélée. Soit $N^{\bar{n}\ \text{détecté}}_{2Br.,k\gamma}$, le nombre d'événements "2 Branches" avec $k \geq 0$ gammas détectés et une étoile neutre corrélée ; le nombre réellement produit, $N^{\bar{n}}_{2Br,\ k\gamma}$, et contaminant notre lot d'événements "2 Branches" sera alors de :

$$N^{\bar{n}}_{2Br,\ k\gamma} = \frac{N^{\bar{n}\ \text{détecté}}_{2Br,k\gamma}}{P_{\bar{n}}}$$

En pratique la soustraction du bruit de fond va donc être directement liée à la méthode de détermination des multiplicités en π° à partir des multiplicités en γ ; c'est pourquoi nous ne l'expliquerons en détail qu'au Chapitre 6. Nous donnons ci-dessous simplement les nombres d'événements à soustraire, pour chaque topologie en gammas :

0γ	1.1 ± 0.5	événements pour 10^3 $\bar{p}$ incidents
1γ	0.4 ± 0.3	
2γ	0.1 ± 0.1	
3γ	0.1 ± 0.1	
TOTAL	1.7 ± 0.6	événements pour 86.9±4.7 événements "2 Branches" :
soit	(2.0 ± 0.7)%	des "2 Branches"

Nombre d'événements non-annihilation avec $\bar{n}$ secondaire, suivant leur multiplicité en γ.

b. Non-annihilation avec $\bar{p}$

Pour estimer la contamination en événements produisant un antiproton, nous allons utiliser les événements "2 Branches" trouvés lors de l'analyse sur projecteur avec un antiproton secondaire identifié, puis mesurer la probabilité d'identification d'un antiproton.
Pour identifier un antiproton, nous exigeons que la trace secondaire soit, évidemment, négative et qu'elle s'annihile

en vol ou à l'arrêt en donnant au moins trois pions[1].

En effet à l'impulsion moyenne des antiprotons secondaires (de l'ordre de 1 GeV/c), la production de deux pions supplémentaires par un π^- ($\pi^- p \to \pi^- p + \pi\pi$) ne représente que (0.5 ± 0.05) % de la section efficace totale πp (Référence 21).

Les événements avec un antiproton secondaire identifié ont été mesurés et reconstruits comme les autres événements.

Nous considérons ici les antiprotons secondaires qui s'annihilent en vol ; leur impulsion est supérieure, alors, à 700 MeV/c[2]. Pour déterminer leur probabilité d'identification, nous avons deux paramètres à déterminer :

i) la probabilité d'interaction
ii) la probabilité d'identification

des antiprotons après annihilation. Pour déterminer la probabilité ω_{id} d'identification d'un antiproton ayant interagi, nous avons utilisé les antiprotons du faisceau, et en leur appliquant les mêmes critères d'identification que ceux définis pour les antiprotons secondaires (c'est-à-dire annihilation en trois pions au moins), nous avons mesuré la probabilité ω_{id} :

---

[1] Dans le but de prendre en considération la production de pions neutres par les annihilations de l'antiproton secondaire, nous exigions, en réalité, la présence de 3 pions chargés au moins, ou de deux pions chargés et d'un gamma associé à l'annihilation secondaire considérée.

[2] On remarquera que nous n'avons pas parlé des antiprotons secondaires, d'impulsion inférieure à 700 MeV/c qui s'annihilent à l'arrêt dans la chambre. Un travail identique à celui exposé ci-dessus nous a montré que tous ces antiprotons -ou presque- étaient identifiés : nous avons trouvé un poids moyen de w = 0.042 ± 0.014, ce qui correspond à une probabilité d'identification de : (96.0 ± 1.5)%, donc une contamination très faible de : (0.5 ± 1)%, que nous avons, néanmoins, pris en considération.

$$\omega_{id} = (52.4 \pm 3.0)\% \qquad (1)$$

Nous utiliserons ce résultat, obtenu sur des antiprotons d'impulsion légèrement supérieure (1.6 GeV/c) aux antiprotons secondaires étudiés, en arguant du fait que dans la région d'impulsion considérée (0.7 GeV/c à 1.6 GeV/c) les rapports d'embranchement qui interviennent principalement dans la détermination de cette probabilité sont pratiquement constants.

Pour déterminer la probabilité d'interaction des antiprotons secondaires, nous disposons pour chacun des $\bar{p}$ identifiés :

. de son impulsion p

. de sa longueur potentielle L,

longueur qu'il aurait pu parcourir avant de sortir de la chambre -ou du volume fiduciaire- s'il n'avait pas interagi. Nous pouvons approcher la section efficace totale $\bar{p}p$ dans la zone d'impulsion qui nous intéresse (0.7 à 1.6 GeV/c), par la formule :

$$\sigma_{tot} = Kp^{a}$$

avec a = 0.37 (Référence 22), en fonction de l'impulsion p de l'antiproton.
La longueur λ d'interaction étant inversement proportionnelle à la section efficace totale, nous obtenons

$$\lambda = K'p^{-a}$$

La constante de proportionnalité K' est déterminée en utilisant la valeur, λ_o, mesurée sur les antiprotons du faisceau

(Chapitre 1 ; page 45) qui donne :

$$\lambda_o = (72 \pm 4.5)\ \text{cm pour } p_o = 1.6\ \text{GeV/c}$$

Nous calculons alors la probabilité pour qu'un antiproton d'impulsion p, de longueur potentielle L, donc de longueur d'interaction :

$$\lambda = \lambda_o \left(\frac{p_o}{p}\right)^a,$$

interagisse dans la chambre :

$$\omega_{in} = 1 - e^{-L/\lambda} \qquad (2)$$

On déduit alors de ces deux résultats (formules (1) et (2)), la probabilité pour un antiproton d'interagir dans la chambre, et d'être identifié par une annihilation :

$$q = \omega_{in} \times \omega_{id}$$

Nous pèserons donc, chaque événement détecté par le poids :

$$\omega = \frac{\text{probabilité de non (interaction et identification)}}{\text{probabilité d'interaction et d'identification}}$$

$$\text{soit} \quad \omega = \frac{1 - q}{q}$$

Cette procédure a été appliquée à chaque événement "2 Branches" avec $\bar{p}$ et avec n γ détectés (n = 0, 1, 2...). Nous y reviendrons au Chapitre 6, car la soustraction de ces événements influe sur l'ajustement des multiplicités en π^o.

Nous indiquons ici, à titre d'information, les principales caractéristiques de ce bruit de fond. Le poids moyen obtenu pour les événements détectés est

$$\langle \omega \rangle = 1.50 \pm 0.15$$

Nous donnons dans le tableau ci-dessous, la contamination suivant le nombre de γ détectés :

0	5.2	± 1.6	événements pour 10^3 $\bar{p}$ incidents
1	2.6	± 1.1	
2	1.1	± 0.9	
3	0.9	± 0.7	
TOTAL	10.0	± 3.0	(ou 86.9±4.7 "2 Branches")

soit (11 ± 4)% des "2 Branches"

Remarque.- La probabilité q d'identification d'un antiproton est de 40% , qui est à rapprocher des 38% de la probabilité d'identification d'un $\bar{n}$; cette coïncidence est due au fait que les sections efficaces totales $\bar{p}N$ et $\bar{n}N$ sont voisines dans la zone d'impulsion considérée.

B. Soustraction des annihilations avec particules étranges

Nous allons dans ce paragraphe estimer la contamination due aux annihilations produisant des kaons. Nous ne nous intéressons qu'aux événements avec des kaons, car nous sommes en dessous du seuil de production de paires $\Lambda\bar{\Lambda}$, $\Sigma\bar{\Sigma}$ et $\Xi\bar{\Xi}$ (*).

Nous utiliserons une méthode similaire à celle du § A, à savoir :

. détermination du nombre d'événements avec un K^+ ou un K° identifiés.

. détermination de la probabilité d'identification des divers types d'événements obtenus : avec un K^+, avec un K^+ et un K°, avec deux K°, etc...

1. Détermination de la probabilité de visibilité d'un K neutre

Nous allons estimer, à partir des événements $\bar{p}p \to K^\circ\overline{K^\circ}\, i\pi^\circ (i \geq 0)$, la probabilité d'identification des kaons neutres et en particulier tester l'absence de corrélations dans les systèmes $K^\circ\overline{K^\circ}$ produits. Nous savons que nous pouvons identifier un kaon neutre, qui produit un K°_s par la réaction :

$$K^\circ_s \to \pi^+\pi^- .$$

(*) Le seul canal qui pourrait contaminer les annihilations à 1.6 GeV/c serait $pp \to \Lambda\bar{\Lambda}$. Nous n'en tiendrons pas compte puisqu'il concernerait les événements "0 Branche" sans gamma, canal que nous ne prenons pas en considération.

On obtient ce que l'on appelle couramment un V°, et ce dans

$$R_o = (68.81 \pm 0.29\ )\%\ \text{des cas}$$

(Référence 22).

Comme nous avions exigé, lors du dépouillement que le V° produit soit à une distance inférieure à 5.6 cm sur le projecteur (ce qui correspond à un temps de vol inférieur à 3 vies moyennes) le taux R d'identification(*) des K°_s devient

$$R = R_o\ (1 - e^{-3}) = (65.38\ \pm 0.30\ )\%$$

Si l'on suppose qu'il n'y a pas de corrélations entre les deux kaons neutres finals, la fraction d'événements avec deux K°_s serait : $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$ et la fraction d'événements avec un seul $K^\circ_s = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, puisque la probabilité qu'un kaon neutre se désintègre selon les modes K°_s est alors : $\frac{1}{2}$.

Pour tester l'absence de corrélations, nous avons regardé un lot d'événements "O Branche", où les seuls mésons étranges produits sont des systèmes $K^\circ\overline{K^\circ}$; nous avons compté le nombre d'événements avec un V°(N_1), et deux V°(N_2). Si α et β sont, respectivement, les proportions d'événements $K^\circ_S K^\circ_S$ et $K^\circ_S K^\circ_L$, on peut écrire :

$$N_1 = \left[2\alpha\ R(1 - R) + \beta R\right] N = 34$$

$$N_2 = \alpha\ R^2 N = 8$$

(*) Nous avons vu au Chapitre précédent que les pertes en événements dues à des π^- qui intéragissent après un petit parcours ($\leq$ 1.5 mm) n'excédaient guère 1% pour des événements à basse multiplicité en pions. D'une manière identique, la variation de la probabilité d'identification des K neutres due à la perte des V° très près du vertex de l'interaction est faible (< 1%) donc ne sera pas prise en compte ici.

où N est le nombre total d'événements,

Résolvant ces équations, nous obtenons :

$$\alpha = 0.245 \pm 0.062$$

$$\beta = 0.535 \pm 0.124$$

résultats parfaitement compatibles avec l'hypothèse de non corrélation entre les deux kaons neutres, que nous admettrons par la suite.

2. Evaluation du Bruit de fond

i) Evénements "0 Branche"

Comme nous ne nous intéressons qu'aux événements de ce type, dont le nombre de γ détectés est supérieur ou égal à cinq, et comme, d'autre part, le taux de production des événements "0 Branche" avec particules étranges et au moins $3\pi^\circ$ est très faible(*), nous supposerons que notre lot de "0 Branche" n'est pas contaminé par des annihilations avec particules étranges.

ii) Evénements "2 Branches"

Le tableau ci-dessous montre les types d'événements pouvant contaminer notre lot de "2 Branches" :

(1)	$\bar{p}p \to K^+ \pi^- \overline{K^\circ}$	+	éventuellement $k\pi^\circ$ $(k \geqslant 0)$
(2)	$\bar{p}p \to \pi^+ K^- K^\circ$		
(3)	$\bar{p}p \to K^+K^-$		
(4)	$\bar{p}p \to \pi^+\pi^- K^\circ\overline{K^\circ}$		

(*) A 2.5 GeV/c, Badier et al. (NP, B22, 512 (1970)), donne une section efficace $pp \to K^\circ_s K^\circ_s$ + masse manquante $\geqslant 2\pi^\circ$ de (0.045 ± 0.001) mb, et de plus nous n'avons pas trouvé lors de la vérification sur projecteur, d'événement avec un V° et cinq gammas ou plus.

On voit que nous négligeons les événements à quatre kaons produits, car l'énergie nécessaire pour une telle production devient très voisine de l'énergie disponible et nous sommes alors très proches du seuil de la réaction.
La méthode utilisée est la même que pour le bruit de fond précédent : à partir des événements avec K° ou K^+ détectés, nous déterminons la probabilité d'identification d'un K^+, qui nous permet de remonter au nombre total d'annihilations à particules étranges.

Les K^+ à l'arrêt ont été identifiés par leurs désintégrations suivant les modes $K\mu_2$ ou $K\pi_2$.

Nous avons ainsi trouvé :

$A_{+\circ}$ = 2 événements avec un K^+ et un K°

A_+ = 8 événements avec un K^+ seulement

$A_\circ$ = 16 événements avec un K° "

$A_{\circ\circ}$ = 1 événements avec deux K°.

Si nous appelons :

$p_\circ = \frac{1}{2} R$, la probabilité de voir un K° ou un $\overline{K^\circ}$ se désintégrer selon $K^\circ_S \to \pi^+\pi^-$;

ρ, la probabilité d'identification d'un K^+, nous pouvons alors écrire la contribution de chacune des équations (1) à (4) aux nombres d'événements observés. Ce qui est fait dans le tableau ci-après :

	nombre d'ev^{ts} produits	Un K^+ Un K°	Un K^+ pas de K°	Pas de K^+ Un K°	Deux K°
(1)	n	$n\rho p_\circ$	$n\rho(1 - p_\circ)$	$n(1 - \rho)p_\circ$	
(2)	n			$n\ p_\circ$	
(3)	n'		$n'\rho$		
(4)	n"			$n"2p_\circ(1-p_\circ)$	$n"p_\circ^2$
TOTAL	$\varepsilon = 2n + n' + n"$	$A^{+\circ}$	A_+	$A_\circ$	$A_{\circ\circ}$

Nous avons alors un système d'équations à quatre inconnues : n, n', n" et ρ que l'on peut résoudre, ce qui donne la probabilité d'identifier un K^+ :

$$\rho = 0.22 \pm 0.15$$

et le bruit de fond :

$$\varepsilon = 10.5 \pm 4.0 \qquad \text{événements pour } 10^3\ \bar{p}$$

(le lot total correspondant étant de 86.9± 4.7 événements "2 Branches").

Les contributions partielles ont été indiquées dans le tableau ci-dessous :

Type de la réaction (état final)	Nombre d'ev^{ts} pour $10^3\ \bar{p}$	Pourcentage des 2 Br
$K^+\pi^-\bar{K}^\circ$	3.7 ± 0.9	4.3 %
$\pi^+K^-K^\circ$	3.7 ± 0.9	4.3 %
K^+K^- $n\pi^\circ$	2.7 ± 3.9	3.1 %
$\pi^+\pi^-K^\circ\bar{K}^\circ$	0.4 ± 0.4	0.5 %
Total	10.5 ± 4.0	12.1 %

Cette contamination globale de 12.1% dans les événements "2 Branches" est donc relativement faible. Afin de soustraire ces événements, nous avons aussi étudié la distribution de leur multiplicité en gammas ; le résultat est résumé dans le tableau ci-dessous :

Nombre de γ	ε pour 10^3 $\bar{p}$
0	3.88 ± 1.85
1	1.15 ± 0.78
2	1.15 ± 0.78
3	2.31 ± 1.24
4	1.57 ± 0.95
5	0.42 ± 0.43

La méthode de soustraction de ces événements sera indiquée au Chapitre 6, car elle est directement liée à la détermination des multiplicités en π° par ajustement.

iii) Evénements "4 Branches"

Parmi les types d'événements possibles, nous excluons à nouveau les annihilations avec quatre kaons. Nous avons alors les types d'événements suivants :

$$\left.\begin{array}{ll} (1) & \bar{p}p \to \pi^+\pi^- K^+\pi^- \overline{K^\circ} \\ (2) & \bar{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^+ K^- K^\circ \\ (3) & \bar{p}p \to \pi^+\pi^- K^+ K^- \\ (4) & \bar{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^+\pi^- K^\circ\overline{K^\circ} \end{array}\right\} \quad + k\ \pi^\circ \quad (k \geqslant 0)$$

Par une méthode analogue à celle utilisée pour les "2 Branches" nous avons obtenu :

Type de la réaction	Nombre d'événements pour 10^3 p incidents	Pourcentage des 4 Br
(1)	0.62 ± 0.36	0.6 %
(2)	0.62 ± 0.36	0.6 %
(3)	8.37 ± 3.40	8.1 %
(4)	0.	0.
TOTAL	ε=9.60 ± 6.80	9.3 %

(Pour un lot global de "4 Branches" de 103.0 ± 5.1 événements)

La contamination, ici encore, est faible (9.3% des "4 Branches") ; nous exposerons aussi au chapitre 6, la méthode précise de soustraction. Indiquons simplement ici, la distribution de la multiplicité en gammas de ces événements :

Nombre de γ	ε
0	1.82 ± 1.66
1	2.98 ± 2.50
2	3.65 ± 2.97
3	1.15 ± 1.15

pour 10^3 $\bar{p}$ incidents

Nous avons montré dans ce chapitre que les bruits de fond qui affectent nos lots d'événements sont faibles et surtout localisés dans les canaux à faible multiplicité en gammas.

"Ainsi se forme l'idée d'un mystère totalement dépourvu d'énigme, d'un fantastique nouveau sans finalité, plus capable qu'aucun autre de dépayser l'homme, de lui donner une profonde image du désarroi et du malaise qui le saisirait s'il pouvait soutenir la pensée d'un monde où il ne serait pas".

M. Blanchot in Faux-Pas.

CHAPITRE V

ETUDE DES TAUX DE GAMMAS PARASITES

Nous allons, dans ce chapitre, étudier la contamination de notre lot de gammas, par des gammas non produits par l'interaction considérée.

Ces gammas, que nous appellerons gammas "parasites", peuvent être de deux sortes :

. soit des gammas émis par une autre interaction que celle étudiée et qui pointaient, par hasard, sur elle.

. soit des gammas émis par rayonnement de freinage d'un électron d'un gamma appartenant généralement à l'événement.

Pour les gammas de la première catégorie, nous procèderons de la manière suivante : lors de la vérification sur projecteur des événements, nous avons classé les gammas en sûrs et ambigus (page 47) et nous avons noté aussi les autres origines éventuelles des gammas ambigus. Il est évident que les gammas parasites du premier type ont été classés dans la catégorie des gammas ambigus. Nous estimerons donc la probabilité pour un gamma de pointer par hasard sur un autre vertex que son origine réelle, puis à partir de la liste exhaustive des sources possibles de gammas et de leurs multiplicités moyennes en γ, nous estimerons la contribution de chacune au nombre moyen de gammas parasites par interaction, les résultats sont présentés en page 95 .

En ce qui concerne les gammas de la seconde catégorie (bremsstrahlung), dont la configuration sur la photo est caractéristique, nous avons rejeté à l'oeil ceux qui pouvaient provenir d'un électron par rayonnement de freinage (direction tangente à cet électron au même point sur plusieurs vues), donc nous ne risquons pas d'introduire dans notre lot de faux gammas, mais en revanche nous risquons de rejeter à tort certains gammas faisant un très petit angle avec un autre gamma. Nous montrerons que cette perte est négligeable.

A. Détermination du taux de gammas ambigus parasites

I - Détermination

1. Probabilité pour un gamma de pointer sur un autre point que son origine

Nous appellerons $\bar{q}_o$ la probabilité moyenne pour un gamma d'une population de gammas donnée (par exemple, ici, les γ produits par les désintégrations des π° des annihilations $\bar{p}p$), de sembler provenir (ce que nous désignons par le terme : pointer) d'un vertex -autre que celui dont il provient réellement- appartenant à une population de vertex donnée (par exemple, ici, les vertex primaires provenant des interactions des antiprotons du faisceau).

Pour déterminer cette probabilité $\bar{q}_o$, nous superposons à un échantillon de la population de vertex considérée, un échantillon de gammas, choisi parmi les gammas déclarés sûrs (pour s'assurer qu'ils sont bien des gammas produits par l'annihilation $\bar{p}p$).

a) Choix de l'échantillon des points

Il est défini par la distribution du nombre de points d'interaction par photo et par leur distribution spatiale.

Mesurons d'abord la probabilité $\bar{q}_o$ pour le lot d'interactions primaires. Nous pouvons distinguer encore

deux populations d'interactions primaires :

. interactions primaires intéressantes ; c'est-à-dire celles des événements "O, 2, 4 et 6 Branches", "propres" au sens de la définition du Chapitre 2, page 34 , avec la probabilité $\bar{q}_{O1}$.

. interactions primaires non intéressantes (c'est-à-dire non propres), avec la probabilité $\bar{q}_{O2}$.

Nous supposerons $\bar{q}_{O2} = \bar{q}_{O1}$, car les interactions non intéressantes qui produisent des gammas sont essentiellement des annihilations non propres et le spectre d'énergie des gammas produits et leur distribution angulaire même s'ils ne sont pas absolument identiques à ceux des gammas produits par des interactions intéressantes n'ont pas une grande influence sur la probabilité moyenne $\bar{q}_{O2}$.

i. Distribution du nombre d'interactions primaires par photo.

Pour l'ensemble des photographies, nous avons vérifié que le nombre d'interactions primaires -c'est-à-dire d'interactions de traces du faisceau- est une loi de Poisson tronquée sur l'intervalle (O ; 7), (puisque nous ne considérons que les photos ayant sept traces faisceaux ou moins) et de valeur moyenne : $n_o = 2.68$.

En réalité, les photographies que nous étudions, ne sont pas un échantillon quelconque puisqu'elles contiennent toutes au moins un événement "O Branche". La distribution du nombre d'interactions primaires dans les photos analysées s'écrit :

P = Probabilité d'avoir $n \in (0,7)$ interactions x Probabilité d'avoir au moins un "O Branche" parmi les n traces.

soit, si $\alpha = 0.013$ est le pourcentage d'événements "O Branche" dans toutes les photos (ou, ce qui est équivalent, la proba-

bilité pour qu'une trace au moins soit un "O Branche") :

$$P(n) = \frac{1}{N} \cdot e^{-n_o} \cdot \frac{n_o^n}{n!} \left[1 - (1 - \alpha)^n\right]$$

où N est un facteur de normalisation dû à la coupure à 7 traces.

ii. Distribution spatiale des points d'interactions

Nous avons choisi un ensemble de 200 points d'un film, en vérifiant que la distribution des points -vertex des interactions primaires- de ce film était représentative de la distribution globale. Ces points ont été mesurés, et leurs projections sur les huit vues de la chambre reproduites sur un calque.

b. Choix de l'échantillon de gammas

Afin de choisir un lot de gammas ($\sim$ 60 γ) sans relation avec l'échantillon des points, nous avons retenu tous les gammas sûrs d'événements "O Branche" d'un autre film, à plus de 5γ matérialisés (ce qui assure que ces gammas proviennent bien d'annihilations).

c. Mesure de la probabilité $\bar{q}_o$

Reprenant une à une chaque photo où avaient été mesurés ces gammas, et en superposant à chaque vue le calque correspondant, nous avons essayé d'associer les gammas à des vertex.

Notons qu'afin de limiter le nombre de couples vertex-gamma, à regarder, nous avions auparavant calculé pour chacun de ces couples la quantité χ^2 exprimant la qualité du pointage à partir de la direction de vol du photon (définie par la droite joignant le vertex de l'interaction,

au sommet du gamma matérialisé) et de la direction du gamma (définie par la direction moyenne de la paire e^+e^-)

$\chi^2 = \frac{(\lambda_{vol} - \lambda_e)^2}{\Delta\lambda^2_{vol}+\Delta\lambda^2_e} + \frac{(\phi_{vol} - \phi_e)^2}{\Delta\phi^2_{vol}+\Delta\phi^2_e}$; cette quantité suit une loi de χ^2 (*) ; nous n'avons regardé que les couples vertex-gamma pour lesquels ce χ^2 était inférieur à 15.0 -mais nous décidions du pointage sans connaître la valeur exacte de ce χ^2, afin de ne pas en subir l'influence-.

Nous avons classé alors les couples en trois catégories :

i) sur au moins une vue, on pouvait dire que le γ ne pointait pas sur le vertex.

ii) le vertex et le gamma ne se trouvaient jamais simultanément sur la même vue, bien que leur distance fût inférieure à 150 cm (la coupure en longueur de vol imposée dans l'analyse réelle était, bien entendu, maintenue ici). L'oeil ne pouvait alors décider du pointage et l'on s'en remettait au χ^2 calculé ci-dessus.

iii) le gamma pointait sur toutes les vues, où il était visible avec le vertex.

Lors de l'analyse réelle, un gamma aurait été déclaré "ambigu" uniquement dans la situation (iii) ; donc la probabilité théorique pour un gamma vrai de pointer par hasard sur une autre origine est définie par le rapport :

$$\bar{q}_o^{th} = \frac{N_3}{N_1 + N_2 + N_3}$$

où N_i est le nombre de couples de la catégorie i. Cette probabilité théorique devra être pondérée par l'efficacité

(*) à deux degrés de liberté.

de dépouillement ε des "autres origines possibles" des gammas ambigus, obtenue à partir de la double sélection des gammas et de leurs origines :

$$\varepsilon = (97 \pm 0.6)\%$$

Nous trouvons donc :

$$\bar{q}_o^{th} = (3.00 \pm 0.14) \times 10^{-2}$$

et

$$\bar{q}_o^{eff} = q_o^{th} \times \varepsilon = (2.89 \pm 0.15) \times 10^{-2}$$

d. Analyse des résultats

Cette probabilité $\bar{q}_o^{eff}$ peut sembler très faible de prime abord, nous verrons plus loin qu'elle induit des nombres moyens de gammas parasites par événement, non négligeables.

En réalité cette probabilité effective $\bar{q}_o^{eff}$ est une moyenne réalisée sur l'ensemble des gammas de l'échantillon : en effet un gamma peu énergique -dont les deux électrons font alors un angle non négligeable- a plus de chances de pointer sur une autre origine qu'un gamma très énergique -dont les deux électrons font un angle très faible-; ainsi q_o^{eff} est une fonction de l'énergie du gamma et nous avons :

$$\bar{q}_o^{eff} = \int_{\substack{\text{ts les } \gamma \\ \text{de l'échantillon}}} q_o^{eff}(E_\gamma) \cdot p(E_\gamma) \cdot dE_\gamma$$

si $p(E_\gamma)$ est la distribution de l'énergie des gammas de l'échantillon.

i) La figure 13, qui montre la variation de la probabilité q_o^{eff} en fonction de l'énergie du γ, permet de vérifier que q_o^{eff} décroit lorsque l'énergie du γ augmente. La connaissance de cette loi $q_o^{eff}(E_\gamma)$ permet de calculer la valeur moyenne $\bar{q}_o^{eff}$ pour les gammas d'autres types d'événements que ceux des "O Branche", à partir de la distribution de leur énergie. Nous avons vérifié que la variation de $\bar{q}_o^{eff}$ pour chaque topologie chargée était négligeable devant l'incertitude sur sa détermination. Ceci s'explique par le fait que la distribution du nombre total de pions n'est pas très différente entre les "O, 2 et 4 Branches", donc que l'énergie moyenne d'un pion (chargé ou neutre) dépend peu de la topologie chargée.

Nous utiliserons par la suite la valeur moyenne $\bar{q}_o^{eff}$ déterminée ci-dessus.

ii) Il est intéressant par ailleurs, d'obtenir la relation entre le χ^2 de pointage calculé, et le choix de l'oeil.

La figure 14, qui donne la variation du pourcentage de gammas déclarés pointant par l'oeil, autrement dit q_o^{th}, en fonction du χ^2, pour un lot de couples aléatoires, montre que l'information apportée par l'oeil, et celle du χ^2 ne sont pas équivalentes.

Remarquons qu'une simple coupure en χ^2 (dessinée en pointillés sur la figure 14) associée à une mesure systématique aurait augmenté le taux de gammas parasites, car l'oeil donne finalement plus d'information sur le pointage des gammas qu'un χ^2 calculé, ce qui justifie notre méthode de vérification des γ par physicien.

Figure 13.- Probabilité pour un gamma de pointer sur une autre origine que sa source en fonction de son énergie.

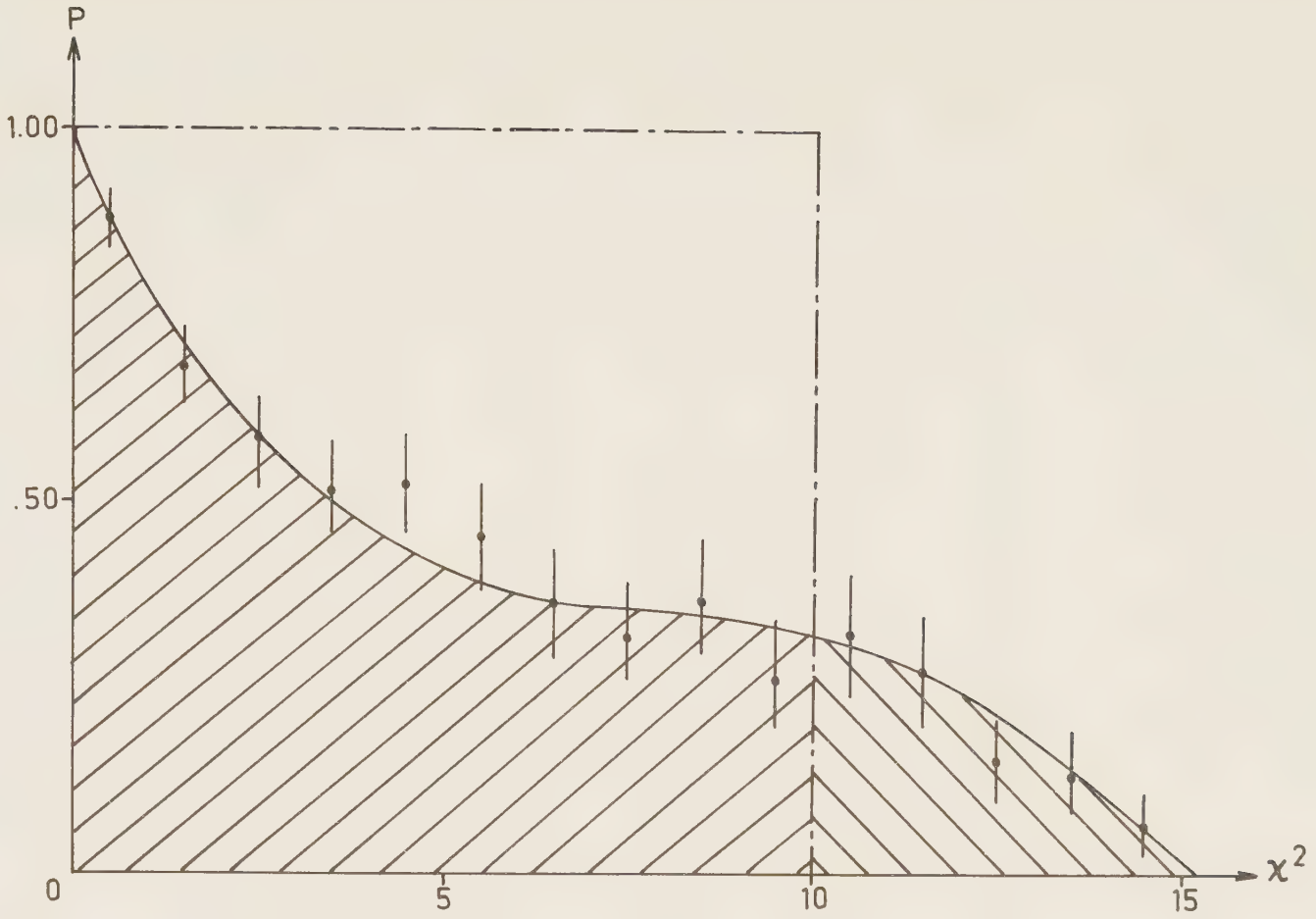


Figure 14.- Relation entre le χ^2 et la décision de l'oeil pour des γ indépendants des vertex

blanc γ non rejetés par une coupure en χ^2, mais non admis pointant à l'oeil

/// γ admis pointant par le χ^2 et l'oeil

\\\ γ pointant à l'oeil et rejetés par une coupure en χ^2

(La courbe n'est dessinée que pour guider l'oeil)

2. Dénombrement des sources possibles d'ambigus parasites dans une photo

Nous choisissons donc un événement déterminé (O ou 2, 4 Branches), et nous voulons calculer le nombre moyen de γ parasites qui peuvent lui être associés. Nous devons alors considérer toutes les autres sources de γ de la photo qui sont :

a. les autres annihilations intéressantes de la photo.

b. les interactions primaires non-intéressantes de la photo.

c. les interactions secondaires des traces (en général des pions) produites par les interactions primaires autres que l'interaction considérée.

d. les interactions secondaires des traces de l'événement considéré, ce qui ne concerne pas les "O Branche".

e. les sources "neutres" de la photo : désintégration de K° ou annihilation d'antineutron.

REMARQUE.- Les sources a, b et e sont évidemment les mêmes pour tous les événements ; les sources c et d dépendent de la topologie, c'est-à-dire du nombre de branches chargées susceptibles de produire des gammas par interaction secondaire. Une distinction restera entre l'environnement des "2, 4 et 6 Branches" d'une part (car dans leur environnement se trouvera toujours un "O Branche" d'après notre méthode de dépouillement) et celui des "O Branche" d'autre part qui peuvent, eux, être isolés dans la photo.

3. Nombre moyen de gammas parasites produits par les autres interactions intéressantes de la photo

Nous voulons ici déterminer la contribution des autres annihilations de la photo au nombre moyen de gammas parasites.

a. Nombre moyen de gammas parasites créés par un vertex propre donné

Nous devons ici, pour évaluer la contribution des gammas des autres annihilations propres de la photo, déterminer le nombre moyen de gammas pouvant pointer par hasard sur un autre vertex, pour un type de vertex donné. Le nombre moyen de gammas produits par un vertex de topologie i donnée, qui pointeront accidentellement sur un autre vertex, est donné par la formule :

$$< n_i^{AP} > = \bar{q}_o^{\,eff} \times < n_i > ,$$

où $< n_i >$ est le nombre moyen de gammas produits par les événements de topologie i donnée et détectés dans la chambre. Nous calculons ce nombre moyen $< n_i >$ à partir des distributions observées du nombre de gammas, qui contiennent les événements du bruit de fond, car ils peuvent aussi créer des gammas parasites :

$$< n_o > = 1.59 \pm 0.18 \text{ (0 Branche)}$$

et $$< n_c > = 2.45 \pm 0.46 \text{ (toutes topologies chargées)}$$

On obtient alors :

$$< n_o^{AP} > = (4.60 \pm 0.75) \times 10^{-2}$$

$$< n_c^{AP} > = (7.07 \pm 1.38) \times 10^{-2}$$

b. Contamination des gammas d'un vertex par ceux d'un autre vertex primaire

Si τ_{ij} est le nombre moyen de vertex de type j (j = O ou C -chargé-) dans la même photo que le vertex de type i, et si $\langle n_j^{AP} \rangle$ est le nombre moyen de gammas ambigus parasites produits par le vertex de type j, le nombre moyen de gammas du vertex j contaminant le vertex i sera

$$\tau_{ij} \langle n_j^{AP} \rangle$$

soit pour le vertex i, en additionnant toutes les contaminations :

$$S_i^P = \sum_j \tau_{ij} \langle n_j^{AP} \rangle$$

Le tableau ci-dessous résume le calcul précédent pour les "O Branche" et les événements à branches chargées

Contaminé (i)	Contaminant (j)	Nombre moyen d'interaction j τ_{ij}	Nombre moyen de γ parasites $\tau_{ij}\langle n_j^{AP} \rangle$	TOTAL S_i^P
"O Branche"	O Branche	$(3.18 \pm 0.82)\,10^{-2}$	$(0.146 \pm 0.062) \times 10^{-2}$	$S_o^P = 4.87 \times 10^{-2}$ $\pm 1.15 \times 10^{-2}$
	2 Branches	$(30.93 \pm 2.56)\,10^{-2}$	$(2.515 \pm 0.921)\,10^{-2}$	
	4 Branches	$(36.86 \pm 2.80)\,10^{-2}$	$(2.212 \pm 0.682)\,10^{-2}$	
Evénement avec traces chargées	O Branche	1.00	$(4.60 \pm 1.16)\,10^{-2}$	$S_c^P = 6.76 \times 10^{-2}$ $\pm 1.22 \times 10^{-2}$
	1 ev^t de même type (*)	$(9.47 \pm 1.77)\,10^{-2}$	$(0.67 \pm 0.18)\,10^{-2}$	
	1 ev^t de type différent (**)	$(18.28 \pm 2.48)\,10^{-2}$	$(1.29 \pm 0.31)\,10^{-2}$	
	2 ev^{ts} de type différent	$(1.38 \pm 0.69)\,10^{-2}$	$(0.20 \pm 0.11)\,10^{-2}$	

(*) Par événement de même type, nous entendons ; événement de même type que l'événement contaminé quant à la topologie chargée.

(**) Par événement de type différent, nous voulons dire : événement de type différent de celui de l'événement contaminé, quant à la topologie chargée.

4. Nombre moyen de gammas parasites produits par les vertex primaires non intéressants

Une sélection de ces interactions non intéressantes nous a montré que leur nombre moyen par photo était :

$$\langle n^{IS} \rangle = 1.60 \pm 0.10$$

Nous avons aussi déterminé le nombre moyen de gammas détectés associés à ces interactions, par un dépouillement partiel :

$$\langle n_s^{\gamma} \rangle = 1.45 \pm 0.42$$

La contribution des interactions primaires non intéressantes au nombre moyen de gammas parasites des annihilations propres de la photo est alors :

$$S^s = \langle n^{IS} \rangle \times \langle n_s^{\gamma} \rangle \times \bar{q}_o^{eff}$$

soit

$$S^s = (6.70 \pm 2.03) \times 10^{-2}$$

5. Influence des interactions secondaires autres que celles de l'événement considéré

Une étude des interactions secondaires des pions produits par les annihilations sera exposée en détail au chapitre 7, page 140 ; retenons seulement que la fraction r_o de ces interactions qui produisent un pion neutre est

$$r_o = 0.16$$

Si p_γ est la probabilité moyenne de matérialisation des gammas produits par ce π°, le nombre moyen de gammas détectés issus de ces interactions est $2p_\gamma$, qui contribueront

aux gammas ambigus parasites par le terme :

$$\rho_o = 2p_\gamma \, \bar{q}_o^{eff}$$

Si n_s est le nombre moyen d'interactions secondaires produites par les autres interactions primaires, le nombre moyen de gammas parasites sera :

$$S_{sec} = r_o \rho_o \, n_s = 2 \, p_\gamma r_o \, \bar{q}_o^{eff} \, n_s .$$

Pour les événements "0 Branche", nous avons décomposé n_s en une somme de trois termes comme suit :

si ω est la probabilité d'interaction d'une trace, $\langle n_2 \rangle$, $\langle n_4 \rangle$ et $\langle n_s \rangle$ le nombre moyen d'interactions "2 Branches", "4 Branches" et non intéressantes ("sales") :

$$n_s = 2\langle n_2 \rangle \, \omega \, + 4\langle n_4 \rangle \, \omega \, + \langle n_s \rangle \, \omega'$$

où ω' est le nombre moyen d'interactions secondaires des événements non intéressants . Expérimentalement nous avons trouvé :

$$\begin{aligned} \langle n_2 \rangle &= 0.309 \pm 0.026 \\ \langle n_4 \rangle &= 0.369 \pm 0.028 \\ \omega &= 0.50 \pm 0.05 \\ \langle n_s \rangle &= 1.59 \pm 0.17 \\ \omega' &= 1.70 \pm 0.20 \end{aligned}$$

d'où $n_s = 3.69 \pm 0.40$

et $S^{\circ}_{sec} = (2.05 \pm 0.31) \times 10^{-2}$

Un calcul identique pour les événements avec des branches chargées mène à :

$$S^{c}_{sec} = (1.50 \pm 0.30) \times 10^{-2}$$

6. Influence des interactions secondaires des événements eux-mêmes

Dans l'étude précédente, nous avons considéré la contribution des gammas produits par les interactions secondaires des pions n'appartenant pas à l'événement.

Pour les événements avec des traces chargées, les pions dans certains cas peuvent avoir des interactions secondaires, qui en produisant des π° -donc des gammas- contamineront le lot de gammas de l'événement lui-même.

Ces interactions secondaires n'ont pas la même distribution spatiale que les autres points de la photo, elles sont, généralement, groupées autour du vertex primaire, si bien que la probabilité $q''_{\circ}$ d'un gamma d'être ambigu sur un vertex secondaire et sur un vertex primaire du même événement est plus grande que $\bar{q}^{eff}_{\circ}$.

En pratique 7.15% des gammas pointant sur un vertex à branches chargées pointent aussi sur une des interactions secondaires provenant du même événement. Il est donc raisonnable pour estimer notre correction de prendre

$$q''_{\circ} = (7.15 \pm 0.15) \times 10^{-2}$$

i. Pour les événements "2 Branches", nous avons vu que nous avons en moyenne une interaction secondaire, qui produit $2p_{\gamma}r_{\circ}$ gammas en moyenne, avec les notations du paragraphe précédent (page 91) ; la contribution aux gammas parasites sera alors :

$$S_2^{sec.p.} = 2p_{\gamma}\, r_{\circ}\, q_{\circ}''$$

soit numériquement : $S_2^{sec.p.} = (1.37 \pm 0.06) \times 10^{-12}$

ii. Pour les événements "4 Branches" qui donnent en moyenne deux interactions secondaires, nous aurons :

$$S_4^{Secp} = 4p_\gamma \; r_o \; q''_o$$

soit

$$S_4^{Sec.p} = (2,74 \pm 0,12) \; x10^{-2}$$

7. Influence des gammas produits par les interactions neutres

Cette contribution aux gammas parasites peut avoir deux origines :

. les γ provenant de la désintégration

$$K^\circ_S \rightarrow 2\pi^\circ \rightarrow 4\gamma$$

. les γ provenant de l'annihilation des $\bar{n}$ (étoiles neutres).

i. Gammas de $K^\circ \rightarrow 2\pi^\circ$

Dans l'analyse, nous avons obtenu en moyenne 6.8 kaons neutres identifiés en $\pi^+\pi^-$ pour 10^3 antiprotons incidents. Donc le nombre de $K^\circ \rightarrow 2\pi^\circ$ produits était de

$$\frac{6.8}{R\left(\frac{K^\circ \rightarrow \pi^+\pi^-}{K^\circ \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ}\right)}$$

, ce qui donne : 3.1 événements pour $10^3\bar{p}$.

Avec une probabilité de détection des gammas de 60%, un $4\pi^\circ$ donne en moyenne 1.9 γ, donc la contamination en gamma des K° est 3.1 x 1.9 = 5.9 γ pour $10^3\bar{p}$. Ce qui représente un apport de gammas de : 0.03 γ par annihilation. Tous ces gammas ne sont évidemment pas ambigus sur un vertex primaire ; si nous utilisons le même taux $\bar{q}_o^{eff} = 2.89 \times 10^{-2}$ que pour les gammas ambigus sur des interactions primaires, on obtient une contribution de :

$$0.09 \times 10^{-2}$$

que nous négligeons devant les autres sources de gammas parasites.

ii. Gammas produits par l'annihilation des anti-neutrons

A priori les gammas produits par l'annihilation des anti-neutrons peuvent aussi contribuer à augmenter le taux de gammas parasites.

Cependant les annihilations représentent une partie seulement des interactions des antineutrons ; de plus le vertex n'est pas nécessairement dans la zone de la chambre où se trouvent les vertex primaires des annihilations des antiprotons, donc les gammas émis par ces étoiles neutres ont une probabilité plus faible que $\bar{q}_o^{eff}$ de pointer sur les vertex des annihilations étudiées. En prenant $\bar{q}_o^{eff}$, nous aurons une limite supérieure de la correction. Un calcul analogue à celui effectué sur les γ des K°, nous a donné une contribution de 0.17×10^{-2}, que nous négligerons devant les autres contributions.

8. Résultats

En additionnant les contributions non négligeables, nous obtenons les nombres moyens de gammas parasites suivant chaque topologie :

"O Branche"

γ d'interactions primaires (*) intéressantes (catégorie a)	$(4.87 \pm 1,15)\,10^{-2}$
γ d'interactions primaires non intéressantes (catégorie b)	$(6.70 \pm 2.03)\,10^{-2}$
γ d'interactions secondaires (catégorie c)	$(2.05 \pm 0.31)\,10^{-2}$
TOTAL	$S_o = (13.6 \pm 2.4)\ 10^{-2}$

(*) Les catégories indiquées pour chaque contribution renvoient à la liste des sources possibles de gammas parasites de la page 88 . Nous avons négligé la contribution des sources "neutres" (catégorie e).

"2 Branches"

γ d'interactions primaires intéressantes (catégorie a)	$(7,07\pm1,38)10^{-2}$
γ d'interactions primaires non intéressantes (catégorie b)	$(6.70\pm2,03)10^{-2}$
γ d'interactions secondaires autres que celles de l'événement (catégorie c)	$(1.50\pm0.30)10^{-2}$
γ d'interactions secondaires de l'événement (catégorie d)	$(1.37\pm0.06)10^{-2}$
TOTAL	$S_2=(16.6\pm2.5) \times 10^{-2}$

"4 Branches"

γ d'interactions primaires intéressantes (catégorie a)	$(7.07\pm1.38)10^{-2}$
γ d'interactions primaires non intéressantes (catégorie b)	$(6.70\pm2.03)10^{-2}$
γ d'interactions secondaires autres que celles de l'événement (catégorie c)	$(1.50\pm0.30)10^{-2}$
γ d'interactions secondaires de l'événement (catégorie d)	$(2.74\pm0.12)10^{-2}$
TOTAL	$S_4 = (18.0\pm2.5)10^{-2}$

Nous constatons que la contribution essentielle en gammas parasites provient des interactions primaires ; la valeur assez faible (2.7) du nombre moyen d'antiprotons entrant dans la chambre explique la faible contamination en gammas parasites de notre lot.

L'estimation précédente dépendant très sensiblement des probabilités de pointage aléatoire $\bar{q}_{\circ}^{eff}$, $q''_{\circ}$, il est intéressant, à titre de vérification, de montrer que les hypothèses précédentes permettent de prédire d'autres

caractéristiques de notre lot d'événements ; par exemple les pourcentages d'événements ayant tous leurs gammas classés comme sûrs pour une topologie donnée.

II. Calcul des taux d'événements avec tous leurs gammas sûrs

Soient les nombres d'événements observés :

. avec tous leurs γ sûrs : N_s ;

. avec au moins un gamma ambigu mais pas de gamma parasite : N_A ;

. avec au moins un gamma parasite : N_p

Le taux d'événements avec tous leurs gammas sûrs que nous observons expérimentalement est :

$$E = \frac{N_s}{N_S + N_A + N_p} \qquad (1).$$

Connaissant la probabilité pour un gamma d'être ambigu -calculée au début du paragraphe précédent- nous pouvons estimer le taux d'événements avec tous leurs gammas sûrs, s'il n'y avait pas de gamma parasite :

$$F = \frac{N_s}{N_S + N_A} \qquad (2)$$

Pour une topologie chargée i fixée, nous venons d'estimer le nombre moyen de gammas parasites par événement S_i, nous connaissons donc le taux d'événements avec au moins <u>un</u> gamma parasite :

$$\phi = 1 - e^{-S_i} = \frac{N_p}{N_s + N_R + N_p} \qquad (3).$$

Combinant les expressions (2) et (3), nous obtenons le taux "calculé" d'événements avec tous leurs gammas sûrs :

$$E = F\ e^{-S_i} \qquad (4)$$

Pratiquement nous avons raisonné à topologie chargée fixée et à nombre de gammas fixé. Nous avons simulé par une méthode Monte-Carlo l'annihilation

$$\bar{p}p \rightarrow i(\pi^+\pi^-)\ j\ \pi^\circ \qquad (i \text{ et } j \text{ entiers} \geqslant 0)$$

et utilisant les distributions expérimentales du nombre n_i d'interactions par photo (autres origines possibles des gammas), nous avons ainsi calculé le taux théorique d'événements à n gammas matérialisés tous sûrs, qui s'écrit :

$$F_n = \sum_{n_i} p(n_i)\ (1 - \bar{q}_o^{\,eff})^{nn_i}$$

où $p(n_i)$ est la distribution du nombre d'interactions par photo n_i, et $\bar{q}_o^{\,eff}$ la probabilité moyenne pour un gamma d'être ambigu calculée au paragraphe précédent (page [illegible]).

En réalité, nous avons vu que cette probabilité dépend fortement de l'énergie du gamma. Les énergies des gammas d'un même événement n'étant pas indépendantes, à cause de la loi de conservation de l'énergie, nous avons utilisé pour chaque gamma non pas la valeur moyenne de la probabilité $\bar{q}_o^{\,eff}$, mais la valeur correspondant à l'énergie du gamma E_γ, avec la formule :

$$F_n = \sum_{n_i} \prod_{\substack{\text{tous} \\ \text{les } \gamma}} p(n_i)\ \left[1 - q_o^{\,eff}\ (E_\gamma)\right]^{n_i}$$

Utilisant la formule (4) pour une topologie en gamma donnée et pour chaque topologie en branches chargées, nous avons obtenu les résultats indiqués dans la première colonne du tableau ci-dessous. La seconde colonne du tableau indique les taux mesurés directement sur nos données.

Nous comparons aussi les taux moyens d'événements avec tous leurs gammas sûrs :

0 BRANCHE		2 BRANCHES			4 BRANCHES	
re e	Taux d'événements avec tous leurs γ sûrs		Taux d'événements avec tous leurs γ sûrs		Nbre de γ	Taux d'événements avec tous leurs γ sûrs	
	calculé	mesuré	calculé	mesuré		calculé	mesuré
5	0.485±0.032	0.477±0.075	0.740±0.022	0.687±0.116	1	0.676±0.024	0.738±0.068
5	0.368±0.057	0.478±0.104	0.660±0.023	0.588±0.084	2	0.546±0.026	0.660±0.073
7	0.388±0.042	0.476±0.109	0.513±0.028	0.607±0.092	3	0.437±0.031	0.556±0.083
3	0.238±0.054	0.263±0.101	0.495±0.038	0.529±0.121	4	0.325±0.034	0.471±0.121
	0.272±0.015	0.301±0.032	0,492±0.022	0.491±0.082		0.448±0.023	0.536±0.067

Taux moyens

L'accord est donc relativement bon entre notre estimation et les résultats expérimentaux, d'où nous conclurons que nous avions correctement estimé les divers paramètres relatifs aux gammas parasites.

Nous avons ainsi un nombre moyen de gammas parasites par événement faible (environ 0.15), qui est dû essentiellement aux limitations imposées au nombre d'antiprotons dans la chambre, et à notre vérification à l'oeil du pointage.

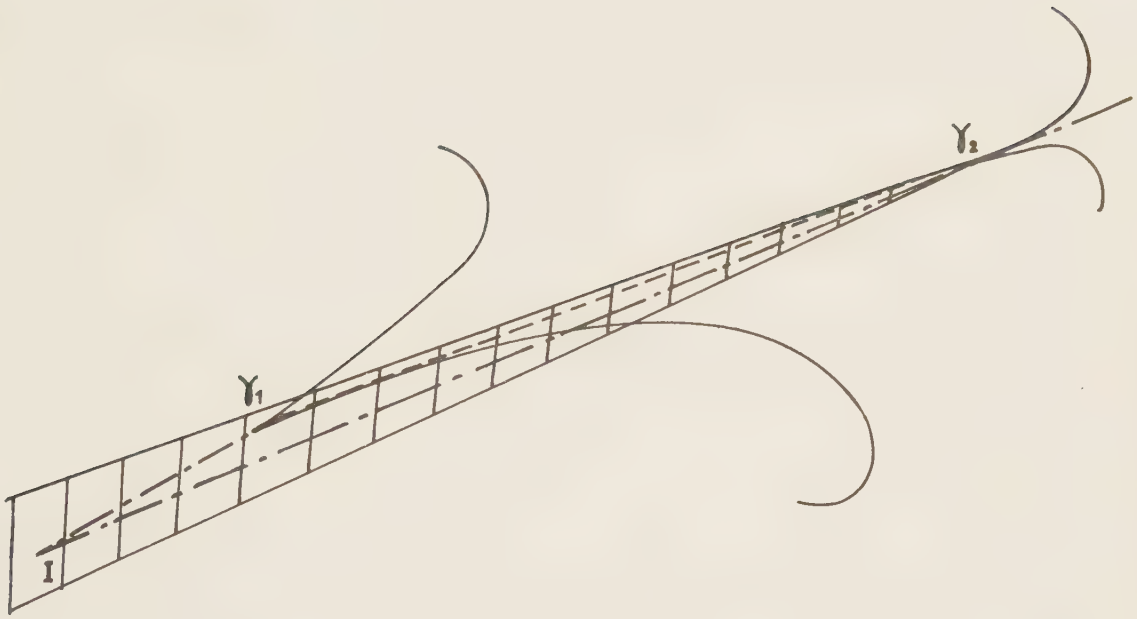
La faiblesse de ce nombre moyen explique le fait que nous ayons préféré garder des gammas ambigus dans notre lot de gammas, et simplement corrigé ce lot pour tenir compte des gammas parasites. La méthode de correction, influant directement sur la détermination de la multiplicité en π° à partir de la multiplicité en γ, sera exposée au Chapitre 6 suivant.

B. Elimination des gammas émis par "Bremsstrahlung" et corrections associées.

Nous avons vu lors de la vérification des événements (page 47), que nous avions classé les gammas en trois catégories : sûr, ambigu et "bremsstrahlung". Rappelons qu'un gamma était déclaré appartenir à cette dernière classe lorsque sa direction semblait tangente en un même point à l'électron émetteur sur toutes les vues. Cette situation est très caractéristique, au point que nous pouvons être sûrs d'avoir rejeté tous les gammas émis par rayonnement de freinage ("Bremsstrahlung"). Ce qu'il importe de vérifier, c'est, si lors de cette vérification nous n'avons pas déclaré "Bremsstrahlung" des gammas qui ne l'étaient pas en réalité.

Nous allons pour cela définir les variables qui peuvent caractériser deux gammas, l'un étant émis par un électron de l'autre par rayonnement de freinage ; ces deux gammas semblant provenir de l'interaction étudiée. La figure ci-après reproduit la situation qui nous intéresse :

Le point I représente le vertex de l'interaction ; la direction d'un gamma est entachée d'une certaine erreur



formant un cône dans l'espace que nous avons dessiné hachuré. Un gamma sera déclaré "bremsstrahlung" lorsque l'on pourra mener dans ce cône, par le point γ_2, une tangente à un électron de γ_1.

Ceci suggère deux variables importantes :

. l'angle entre les deux directions de vol des gammas : $\alpha = (I\vec{\gamma}_1, I\vec{\gamma}_2)$, qui doit être relativement petit.

. la différence entre les angles de profondeur des deux gammas $\Delta\lambda = |\lambda_1 - \lambda_2|$, qui doit être nulle, aux erreurs de mesure près si le gamma γ_2 est émis par bremsstrahlung par le gamma γ_1.

Afin de préciser cette situation, nous pouvons introduire encore deux variables supplémentaires :

. la première variable exprime la condition suivante :par le point γ_2 on peut mener une tangente à l'hélice formée par l'électron émetteur de γ_1. Nous avons donc considéré la distance minimum d_{min} entre le point γ_2 et les tangentes à l'électron de γ_1, rapportée à la distance d_{12} entre les points $\gamma_1\gamma_2$:

$$x = \frac{d_{min}}{d_{12}}$$

Ainsi si le gamma γ_2 est émis par rayonnement de freinage, par un électron de γ_1, x est nulle aux erreurs de mesure près.

. la seconde est la longueur de vol minimum l_{min} à partir de laquelle on peut mener de γ_2 une tangente à un électron de γ_1, qui soit dans le cône dû aux incertitudes de mesure sur la direction de γ_2. Nous avons calculé cette distance projetée sur le plan perpendiculaire au champ magnétique, et étudié le rapport

$$y = \frac{l_{min}}{l_2}$$

où l_2 est la longueur de vol du gamma γ_2. On voit que si ce gamma est "Bremsstrahlung", d'après la définition de l_{min}, nous devons avoir :

$$y < 1$$

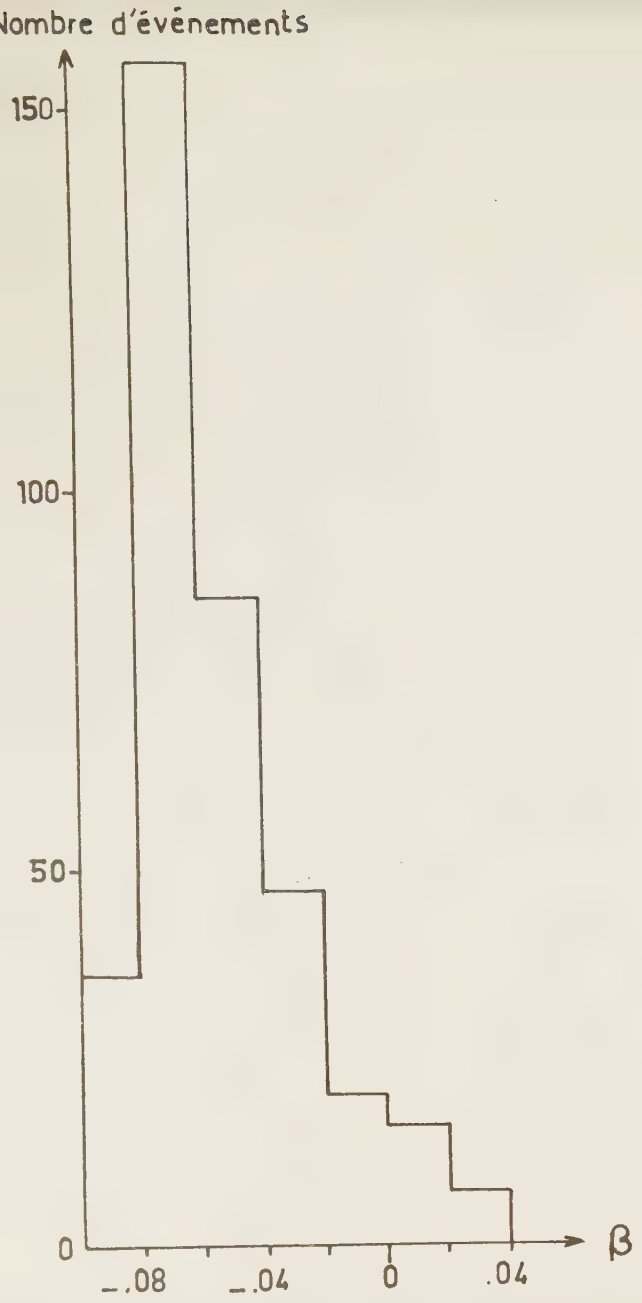


Figure 15a.- Couple de "γ Brems"

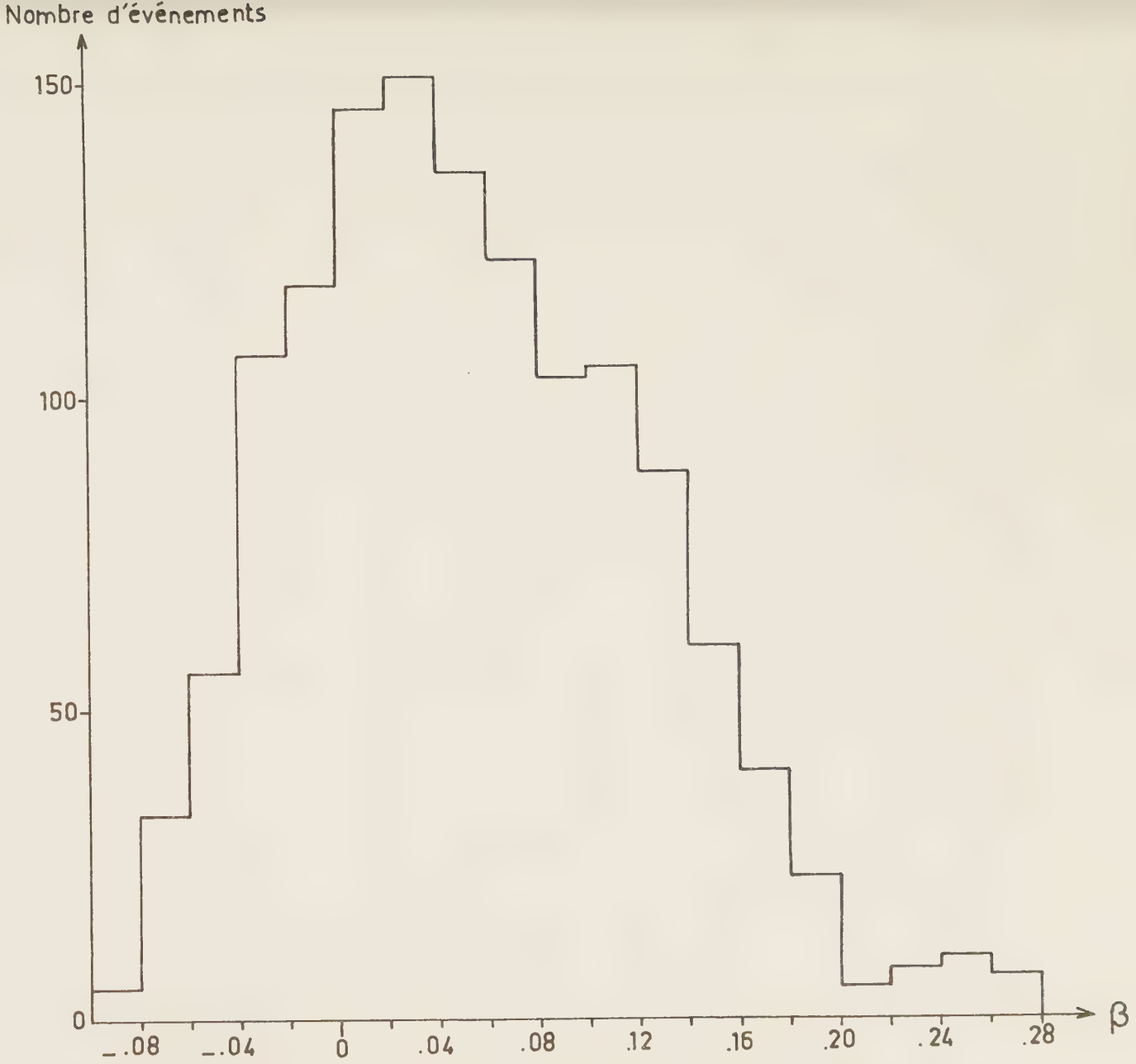


Figure 15b.- Couples de "γ non Brems" dont l'angle est inférieur à 30°.

Nous avons regardé sur notre lot de gammas déclarés "Bremsstrahlung" par inspection de la photo (voir page 47) la distribution de ces variables. Nous sommes arrivés à la conclusion que la quasi-totalité de ces gammas était telle que

$$\alpha < 15°$$

$$\Delta\lambda < 16°$$

$$0.2100\ \alpha + 0.3325\ \Delta\lambda < 0.1100 \text{ rd}$$

$$x < 0.12$$

$$y < 1.50$$

La figure 15 représente les distributions de la variable

$$\beta = 0.21\ \alpha + 0.3325\ \Delta\lambda - 0.1100$$

pour les gammas "Bremsstrahlung", et pour les gammas des autres catégories (avec la restriction $\alpha < 30°$). Bien sûr tous les gammas tombant dans ces coupures ne sont pas nécessairement des gammas de "Bremsstrahlung". Pour évaluer une limite supérieure de la perte en gammas vrais due à nos rejets à l'oeil nous pouvons appliquer pour des gammas d'événements Monte-Carlo du type

$$\bar{p}p \rightarrow i(\pi^+\pi^-)\ j\pi^\circ$$

$$(i \text{ et } j \text{ entiers} \geqslant 0)$$

cet ensemble de coupures ; nous nous plaçons alors dans une situation plus défavorable que la situation réelle où une partie importante de ces gammas sont tout de même considérés comme "non Bremsstrahlung".

Nous pouvons calculer l'incidence de telles coupures : un gamma vrai pouvant ainsi être rejeté, on observera une baisse de la probabilité moyenne de détection d'un gamma, estimée par la méthode Monte-Carlo. Nous avons vérifié que la variation de la probabilité de détection était toujours inférieure à 0.5 %, même pour les topologies à 5 et 6 pions neutres, où les angles entre les gammas peuvent être faibles ;
ainsi que nous le verrons au Chapitre 6, notre détermination de la probabilité de détection se fera avec une incertitude de 1.5%, nous considérerons donc la perte en gammas due à une sélection abusive des gammas émis par rayonnement de freinage comme négligeable.

Si, au lieu de faire la sélection des gammas à l'oeil, nous avions appliqué brutalement l'ensemble des coupures définies précédemment, nous aurions rejeté 6% des couples de gammas non "Bremsstrahlung", dont l'angle α est inférieur à 30°. Ceci justifie donc le fait d'avoir fait cette sélection à l'oeil.

"Délaisser les divers modes de
savoir et passer au non savoir,
voilà ce qu'il faut pratiquer".

Saint-Jean de la Croix

TROISIEME PARTIE

-:-:-:-:-

Détermination de la distribution de la multiplicité en pions neutres des annihilations d'antiproton sur proton libre

Nous avons corrigé les échantillons obtenus, dans la partie précédente ; nous allons maintenant déterminer la distribution de la multiplicité en π° des événements observés (Chapitre 6), puis en déduire la distribution de la multiplicité en pions chargés et neutres des événements sur proton libre (Chapitre 7).

CHAPITRE VI

DETERMINATION DE LA DISTRIBUTION EN MULTIPLICITE DE π° A PARTIR DE LA DISTRIBUTION EN MULTIPLICITE DE γ DETECTES

Nous disposons maintenant, pour chaque topologie, c'est-à-dire pour les "0, 2, 4 et 6 Branches", d'un lot d'événements mesurés, reconstruits avec, pour chaque trace ou électron de gamma, une estimation de son impulsion et de sa direction, ainsi qu'un ensemble de gammas associés à chacun de ces événements.

Nous devons donc résoudre deux problèmes importants : à savoir déterminer, à partir de la distribution de la multiplicité en gammas du lot d'événements obtenus, la distribution initiale de multiplicité en π° des événements observés (événements "propres") ; puis à partir de cette distribution, retrouver la distribution des multiplicités en pions (neutres et chargés) des événements sur proton libre.

On peut, pour résoudre ces deux problèmes, utiliser la méthode classique consistant à ajuster par moindres carrés, pour chaque événement, le système des équations de conservation de l'énergie et de l'impulsion à partir des valeurs mesurées des impulsions et des directions, pour les réactions :

$$\begin{cases} \bar{p}\, p \rightarrow i\pi^+ i\pi^- j\pi^\circ \\ \qquad\qquad (i \text{ et } j \text{ entiers positifs ou nuls}) \\ \text{et} \\ \pi^\circ \rightarrow 2\gamma \end{cases}$$

Cette méthode directe présente deux avantages :

i. sûreté quant au résultat du tri entre les événements sur proton libre et ceux sur noyau.

ii. minimisation des biais dans la distribution en multiplicité de π°, séparation efficace des bruits de fond résiduels d'événements non-annihilations, ...

Cependant, l'ajustement cinématique ne trie, de façon satisfaisante, que les événements "complets",c'est-à-dire qui ont tous leurs gammas matérialisés (ou à la rigueur qui ont perdu un seul gamma). Dans une expérience comme celle-ci, qui s'occupe de hautes multiplicités en gammas, une telle condition réduit le nombre d'événements à haute multiplicité en gammas dans une proportion telle que toute analyse de ces canaux devient impossible. Ainsi pour un événement avec $5\pi^\circ$ produits, le pourcentage des événements avec 10γ matérialisés est 0.6%, et celui des événements avec 9γ : 3.6%, pour une probabilité moyenne de 60% par gamma ! De plus, quand le nombre de π° est grand (c'est-à-dire dépasse 4), l'ajustement cinématique ne peut prétendre reconstituer les π° à partir des gammas, même s'ils sont tous détectés, en raison du trop grand nombre de combinaisons possibles permettant d'apparier les gammas (945 pour 10γ).

C'est pourquoi nous avons utilisé une méthode, tenant compte de l'information de tous les événements, même incomplets ; dans une première étape, assez classique, nous obtenons la distribution en multiplicité de π° des événements "propres" observés ; la seconde étape, originale, permet de corriger cette distribution et d'en déduire la distribution en multiplicité des pions des événements sur proton libre.

A. Hypothèse et variables utilisées

1. Hypothèse

Nous supposons dans cette méthode que les gammas observés proviennent tous de la désintégration de π°. En effet, dans les événements avec des branches chargées nous savons que les sections efficaces d'annihilation avec production de η° et η'° sont faibles, par leurs modes chargés. Pour la production de ω° (*), les modes radiatifs sont faibles aussi à cause des rapports d'embranchement. Ces modes radiatifs :

$$\eta^\circ \to \pi^+ \pi^- \gamma,\ \pi^\circ \gamma \gamma,\ \gamma \gamma,$$

$$\omega^\circ \to \pi^\circ \gamma,$$

bien que faibles, pourraient ne pas être négligeables. Cependant, les distributions expérimentales des masses de deux gammas, ou de trois gammas (dont deux forment un π°) ne montrent aucun signal aux masses du η°, ω° et η'° (Figure 16). De plus la figure 16c, qui représente les masses $\gamma\gamma$ des évènements à quatre pions chargés (donc avec moins de π°, donc moins de fausses combinaisons) nous montre que l'impulsion de ces gammas est correctement estimée.

(*) Les tables (Réf. 22b) donnent à des énergies voisines de la nôtre :
dans les 4 branches : production de $\omega^\circ \to \pi^\circ \gamma$: (0.20 ± 0.03) mb
dans les 6 branches : production de $\omega^\circ \to \pi^\circ \gamma$: (0.06 ± 0.02) mb
avec le rapport d'embranchement $(\omega^\circ \to \pi^\circ \gamma)/(\omega^\circ \to \pi^+\pi^-\pi^\circ) = 0.10 \pm 0.01$
D'une maniere analogue, utilisant les résultats de C. Defoix et al. (PL,28B,353,1968), on peut estimer la présence de $\eta \to \gamma\gamma$, $\pi^\circ\gamma\gamma$ contaminant les "4 Branches" à 0.5%.

Figure 16a.-Masse $\gamma\gamma$.

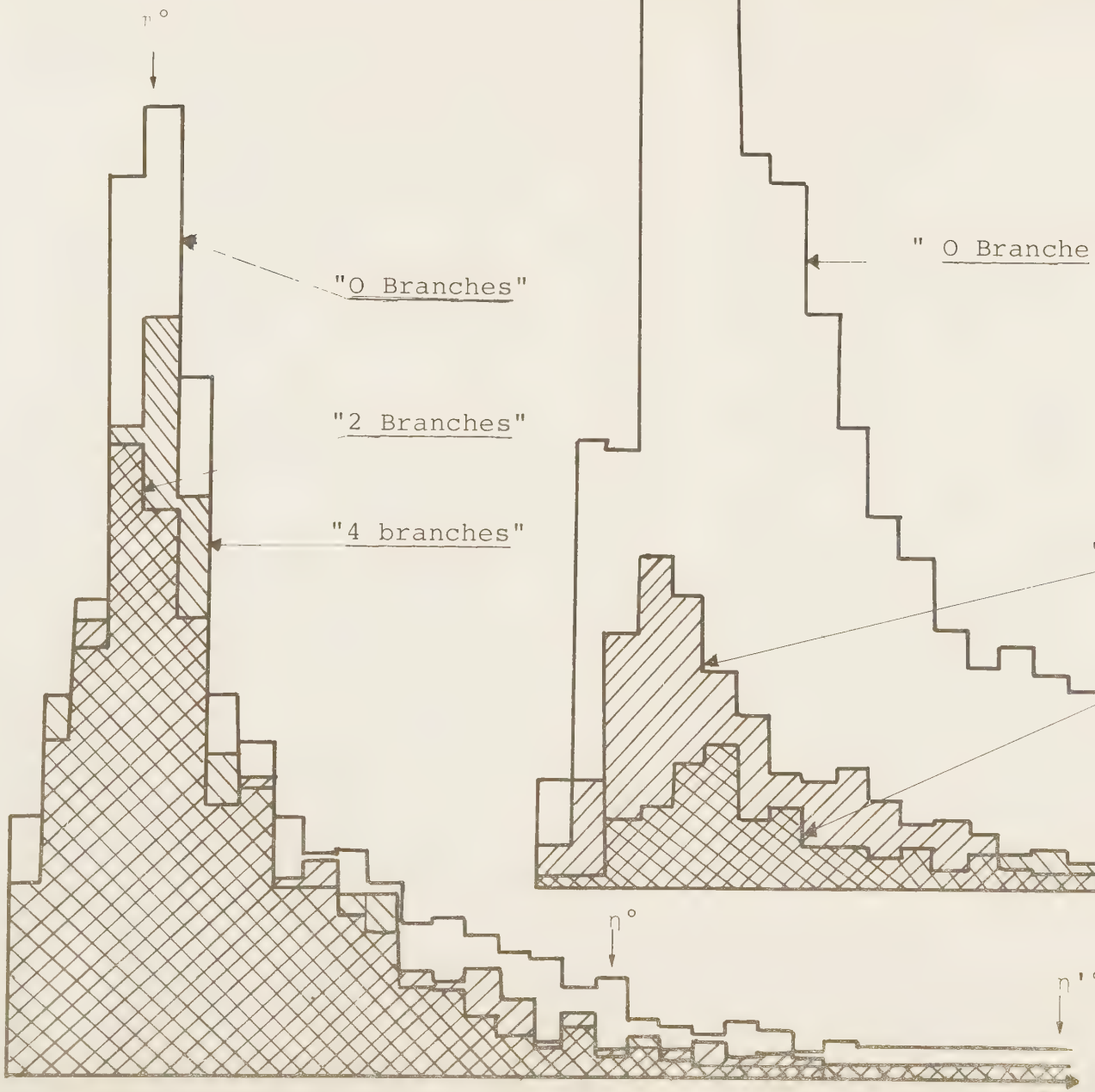
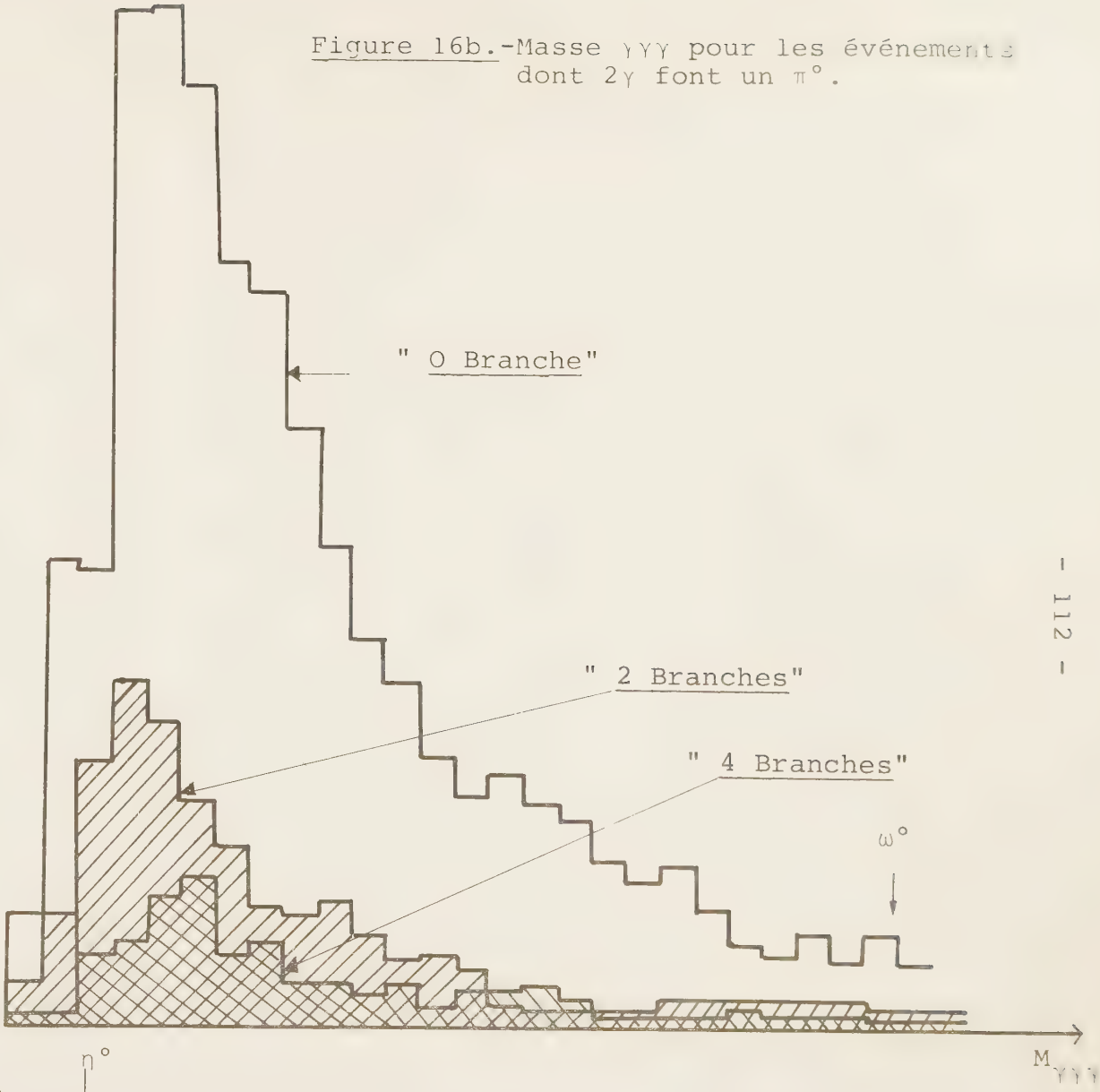


Figure 16b.-Masse $\gamma\gamma\gamma$ pour les événements dont 2γ font un π°.



Nous considérerons aussi les gammas des évènements "O Branche" comme provenant uniquement des π°.

2. Informations utilisées dans chaque événement

Pour chaque événement, dont l'énergie totale dans le laboratoire est $E^{(*)}$, nous avons mesuré les directions des traces et des gammas, ainsi que leurs impulsions :

p_i , $i = 1, n_v$ pour les n_v gammas visibles.

p_j , $j = 1, n_T$ pour les n_T traces ($n_T = 0, 2, 4, 6$).

et

$e_j = \sqrt{m_\pi^2 + p_j^2}$ énergie correspondante de la $j^{ème}$ trace.

La première information que nous utilisons pour déterminer le nombre 2α des gammas émis par les α π° produits est, évidemment, le nombre de gammas visibles n_v de l'événement. La seconde information que nous utilisons est

. l'énergie de chaque trace : e_j, $j = 1, n_T$

et

. l'énergie de chaque gamma visible :

p_i, $i = 1, n_v$

Puisque nous voulons connaître le nombre de gammas manquants, nous sommes tentés de considérer la variable

---

$^{(*)}$L'énergie totale dans le laboratoire E est déterminée à partir de l'énergie du faisceau, même si l'événement a lieu sur un proton lié, car l'énergie de Fermi est ici négligeable.

$\frac{\text{Energie des neutres manquants}}{\text{Energie des neutres visibles}}$, Malheureusement cette variable est très dissymétrique. Aussi avec les quantités ci-dessus, on peut former la variable

$$\lambda = \text{Log}\left(\frac{E^{\text{neutre}} - E^{\text{neutre}}_{\text{visible}}}{E^{\text{neutre}}_{\text{visible}}}\right)$$

avec

$$E^{\text{neutre}} = E - E^{\text{chargée}}$$
$$= E - \sum_{j=1}^{n_T} e_j$$

et

$$E^{\text{neutre}}_{\text{visible}} = \sum_{i=1}^{n_v} p_i$$

Autrement dit, la variable λ est le logarithme du rapport entre l'énergie des particules neutres invisibles et l'énergie des particules neutres visibles.
L'intérêt de cette variable λ réside dans le fait que, pour α et n_v fixés :

i. Sa distribution est approximativement gaussienne :

En effet, nous avons simulé par une méthode Monte-Carlo des événements annihilations $\bar{p}p$ pour diverses topologies chargées et neutres, et nous avons regardé la distribution de cette variable pour une multiplicité α de π° donnée et pour un nombre de gammas visibles n_v fixé ;

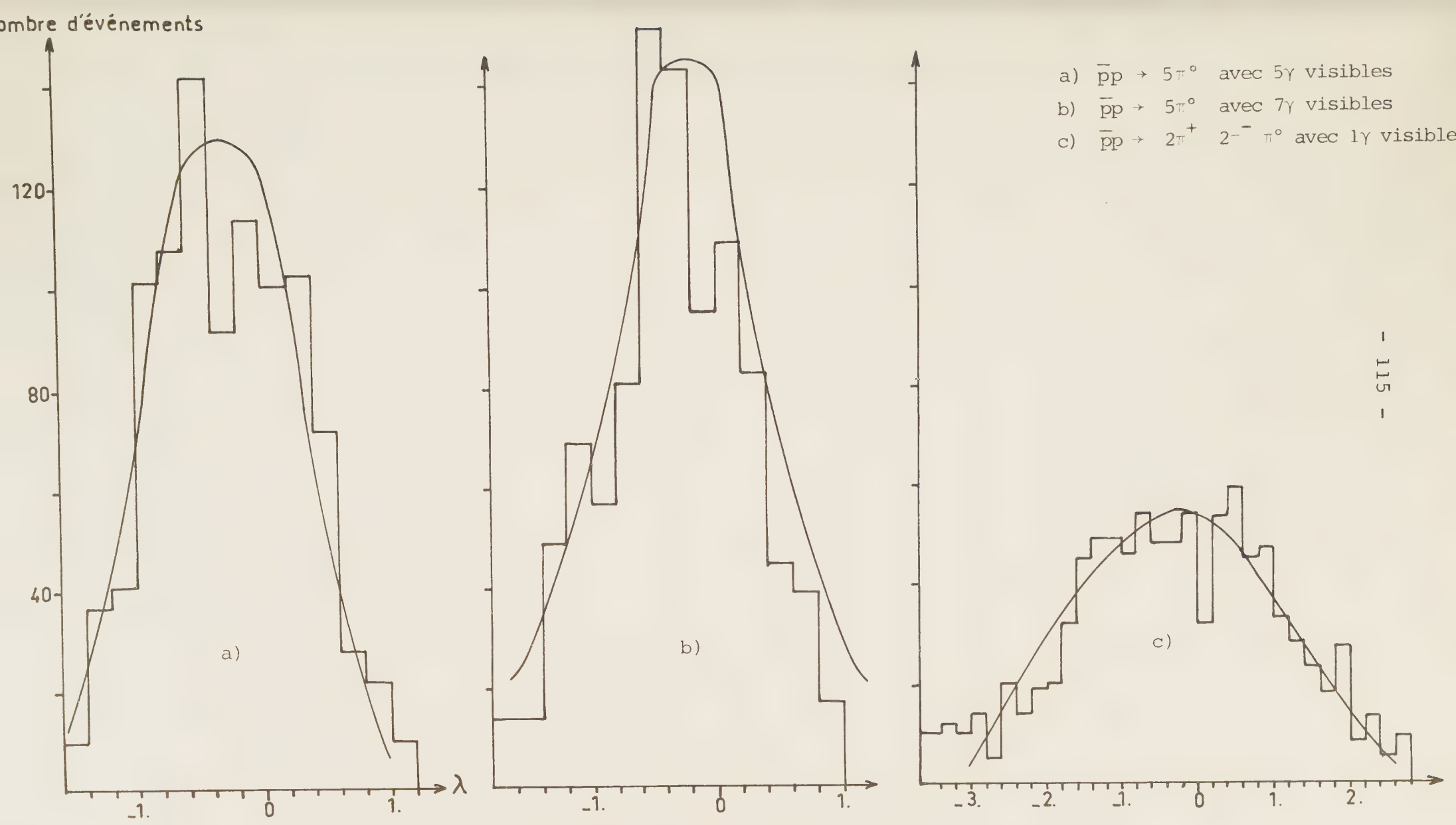

ombre d'événements
120
80
40
a)
b)
c)
λ
-1.
0
1.
-3.
-2.
2.
a) $\bar{p}p \rightarrow 5\pi^\circ$ avec 5γ visibles
b) $\bar{p}p \rightarrow 5\pi^\circ$ avec 7γ visibles
c) $\bar{p}p \rightarrow 2\pi^+ 2^- \pi^\circ$ avec 1γ visible

Figure 17.-

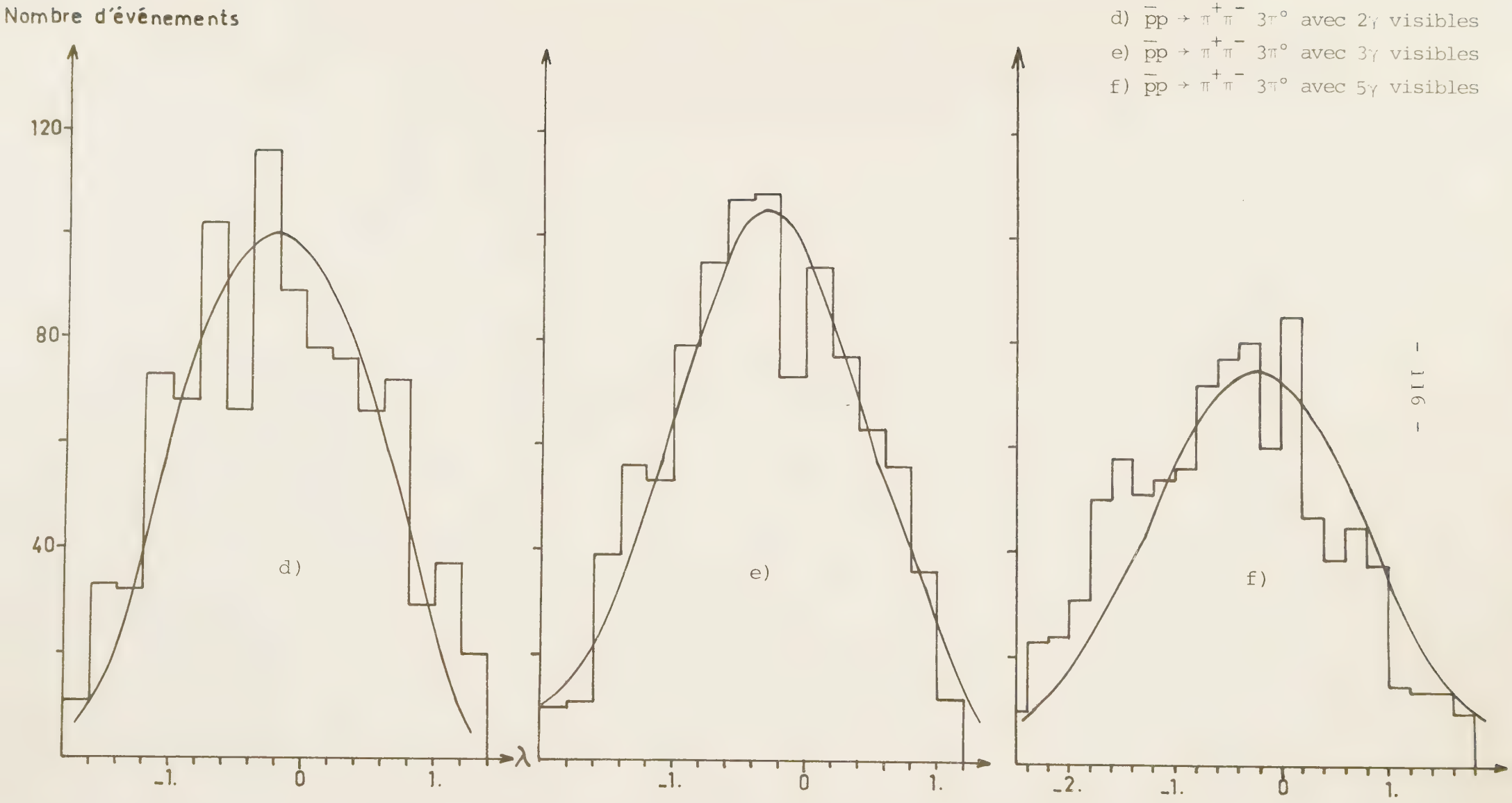


Figure 17.- Comparaison entre la distribution de λ obtenue par Monte-Carlo, et une distribution gaussienne, pour quelques configurations.

la figure 17 montre ces distributions ; on remarquera le bon accord avec une loi de Gauss, courbe dessinée sur les figures. Les paramètres de cette loi de Gauss sont donnés par les formules empiriques suivantes :

valeur centrale

$$\bar{\lambda}(\alpha, n_v) = C_1 + C_2 \text{ Log } \frac{n_v}{2\alpha - n_v}$$

écart

$$\Delta\lambda(\alpha, n_v) = \frac{C'_1 + C'_2 \left[\text{Log } \frac{n_v}{2\alpha - n_v}\right]^2}{\sqrt{\alpha}}$$

pour chaque topologie neutre de $\alpha\pi^\circ$ produits et n_v gammas détectés, avec les paramètres (C_1, C_2, C'_1 et C'_2), indiqués dans le tableau ci-dessous, qui ne dépendent pas du nombre de pions chargés de l'événement :

$C_1 = -0.295$

$C_2 = 1.132$

$C'_1 = 1.28$

$C'_2 = 0.20$

ii. Son indépendance par rapport à la longueur de radiation X_o et au volume fiduciaire :

En effet, lorsque nous changeons la longueur de radiation X_o du liquide, ou le volume fiduciaire, dans des proportions raisonnables, le nombre d'événements avec 2α gammas produits et n_v gammas détectés varie, mais la forme de la distribution en λ de ces événements reste la même. Nous avons vérifié cette propriété par la méthode de Monte-Carlo.

Cette propriété est essentielle pour la suite car nous utiliserons l'estimateur λ pour ajuster la probabilité moyenne de détection des gammas.

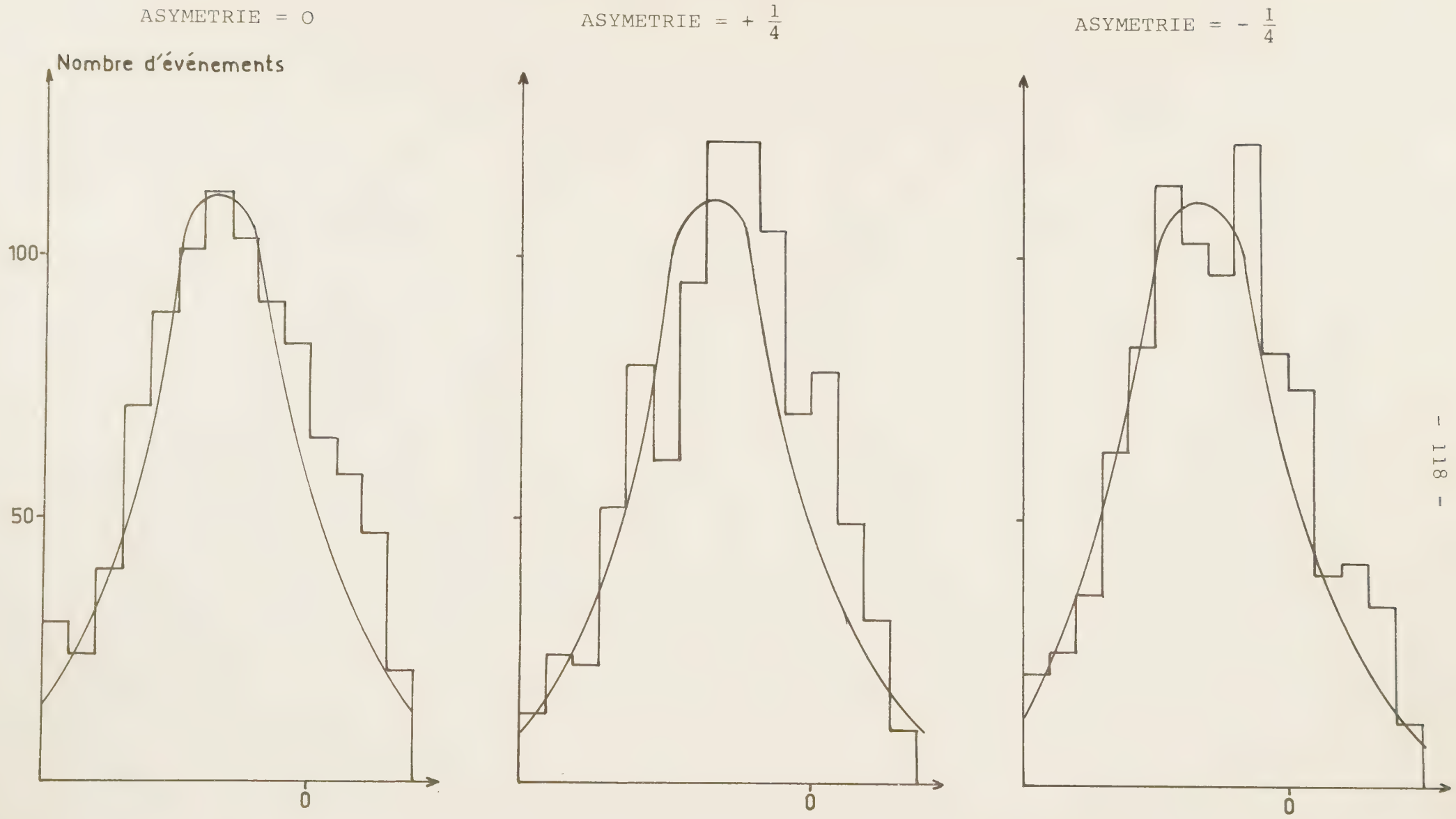


Figure 18.- Distribution de λ pour diverses distributions angulaires des pions de l'état final.

iii. Sa relative insensibilité aux distributions angulaires des pions dans le système du centre de masse, propriété également vérifiée par une méthode Monte-Carlo, comme on peut le voir sur la figure 18 pour diverses valeurs du paramètre d'asymétrie défini dans la référence 38 de la manière suivante :

si l'on définit la direction "avant" par la coupure $|\cos\theta| < \frac{1}{2}$, et la direction "arrière" par $|\cos\theta| > \frac{1}{2}$ dans la distribution de $\cos\theta$, le paramètre d'asymétrie est égal au rapport

$$\frac{A_V - A_R}{A_V + A_R}$$

où A_V (A_R) est la probabilité d'un pion de partir vers "l'avant" (resp. "l'arrière").

iv. Son insensibilité au fait que l'interaction ait lieu sur un proton lié ou libre, car l'influence de l'énergie de Fermi est négligeable, et l'énergie perdue dans les réinteractions nucléaires des pions finals est faible pour les événements propres, c'est-à-dire sans proton d'évaporation visible.

B. Fonction de vraisemblance

A partir de l'estimateur constitué par l'ensemble $\{n_v, p_i, e_j\}$ pour chaque événement, nous avons utilisé la méthode décrite par Louis Behr dans la référence 14, pour construire une fonction de vraisemblance pour la distribution en multiplicité (et la probabilité de détection des gammas). Nous la résumerons simplement ici.

Si nous appelons : n_α le nombre d'événements avec $\alpha\pi^\circ$ produits, ou 2α gammas, pour une topologie chargée donnée ;

$P_\alpha(\{x_k\})$ la densité de probabilité pour que l'événement numéro k soit décrit par l'ensemble des variables

$\{x_k\} = \{n_v^k, (e_j^k, j = 1, n_T), (p_i^k, i = 1, n_v)\}$ pour $\alpha\pi^\circ$ produits ;

La fonction de vraisemblance de la distribution en multiplicité de π° (c'est-à-dire $\{n_\alpha\}$) peut s'écrire (Référence 14)

$$L(\{n_\alpha\}) = e^{-\sum_\alpha n_\alpha} \prod_{k=1}^{N} \left[\sum_\alpha n_\alpha \; P_\alpha (\{n_v^k, e_j^k, p_j^k\}) \right]$$

où N est le nombre total d'événements observés.
Les $\{n_\alpha\}$, que nous recherchons, sont alors les valeurs qui maximisent cette fonction $L(\{n_\alpha\})$; la référence 14 indique une méthode de recherche de ces $\{n_\alpha\}$ par approximations successives. En fait la densité de probabilité P_α dépend d'un paramètre supplémentaire : la probabilité de détection des gammas p ; et c'est la fonction $L(p, \{n_\alpha\})$ dépendant d'un paramètre de plus que nous aurons à maximiser.
Précisons maintenant la densité de probabilité $P_\alpha(p, n_v, \{p_i, (i = 1, n_v), e_j, (j = 1, n_T)\})$, probabilité pour un événement à 2α gammas émis, d'avoir à la fois n_v gammas détectés et les valeurs $\{p_i, e_j\}$ des énergies des gammas visibles et des traces.

C. Détermination des P_α

L'information que nous utilisons se compose de deux parties : le nombre de gammas visibles n_v, et les énergies des traces et des gammas visibles, aussi nous séparerons les deux contributions à la densité de probabilité P_α pour l'hypothèse à $\alpha\pi^\circ$ produits.

1. Partie de P_α correspondant à la visibilité de n_v gammas

Si nous supposons que la probabilité de détection d'un gamma est p, la même pour tous les gammas, que l'annihilation considérée a produit $\alpha\pi^\circ$, soit 2α gammas, nous pouvons écrire la densité de probabilité $P_\alpha^{(1)}(p, n_v)$ d'avoir n_v gammas matérialisés sous la forme :

$$P_\alpha^{(1)}(p, n_v) = C_{2\alpha}^{n_v} \; p^{n_v} \; (1 - p)^{2\alpha - n_v}$$

Comme l'hypothèse de la constance de la probabilité de détection p n'est pas tout à fait exacte, nous apporterons quelques corrections à la formule ci-dessus ; celles-ci seront exposées au paragraphe D - 2.

2. Partie de P_α correspondant aux énergies

Affectons d'un indice supérieur m les valeurs mesurées des énergies des gammas visibles p_i^m, avec l'erreur Δp_i ($i = 1, n_v$) et des traces e_j^m avec l'erreur Δe_j, les valeurs vraies étant représentées sans indice.
Lorsque $2\alpha > n_v$ (hypothèse où il y a des gammas manquants), il est clair que la densité de probabilité $P_\alpha^{(2)}$ dépend de la comparaison entre :

. la valeur de λ calculée à partir des p_i^m et e_j^m

et

. la valeur moyenne de la distribution attendue dans l'hypothèse à $\alpha\pi°$, soit $\overline{\lambda}(\alpha, n_v)$, compte-tenu des erreurs de mesure Δp_i^m, Δe_j^m et de l'écart-type $\Delta\lambda(\alpha, n_v)$.

Pour préciser ceci, nous remarquerons qu'entre les valeurs vraies des énergies des gammas visibles et des traces, et de λ on doit avoir la relation

$$(1 + e^{\lambda}) \sum_{i=1}^{n_v} p_i + \sum_{j=1}^{n_T} e_j = E \qquad (1)$$

résultant de l'équation de conservation de l'énergie et de la définition de λ. On peut alors considérer la relation (1) comme une contrainte s'appliquant à l'événement caractérisé par

. les valeurs p_i^m et e_j^m et les erreurs Δp_i^m, Δe_j^m.

. la valeur $\overline{\lambda}(\alpha, n_v)$ et l'écart-type $\Delta\lambda(\alpha, n_v)$, considérés -artificiellement- comme une mesure de λ avec son erreur.

Si nous supposons que les variables $u_i = \text{Log } p_i$, $i = 1, n_v$, pour les gammas et $v_j = \frac{1}{p_j}$, $j = 1, n_T$, pour les traces, sont des variables gaussiennes, ce qui est justifié, dans la référence 23 , comme λ est aussi gaussienne, nous pouvons effectuer, pour un nombre α de $\pi°$ fixé, un ajustement

à une contrainte, par moindres carrés, qui conduit à des valeurs "ajustées" $\hat{p}_i$, $\hat{e}_j$ et $\hat{\lambda}$ et à un $\hat{\chi}^2$ à un degré de liberté.

On montre en Appendice 1 que les résultats de cet ajustement permettent de calculer $P_\alpha^{(2)}$; soit si nous notons

$$\left.\begin{aligned} a_i &= \text{Log } p_i^m \\ \sigma_i &= \frac{\Delta p_i}{p_i^m} \end{aligned}\right\} \qquad i = 1, n_V$$

$$\left.\begin{aligned} b_j &= \frac{1}{p_m} \\ \tau_j &= \frac{\Delta p_j}{(p_j^m)^2} \end{aligned}\right\} \qquad j = 1, n_T$$

$$\hat{C} = \sum_{j=1}^{n_T} \hat{e}_j \quad \text{et} \quad \hat{S} = \sum_{i=1}^{n_V} \hat{p}_i$$

$$P_\alpha^{(2)}(a_i, b_j, E) = \frac{e^{-\hat{\chi}^2/2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}}}{\sqrt{(E - \hat{C} - \hat{S})^2 \Delta\lambda^2 + \sum_{i=1}^{n_V} \sigma_i^2 \hat{\rho}_i^2 \left(\frac{E-\hat{C}}{\hat{S}}\right)^2 + \sum_{j=1}^{n_T} \tau_j^2 \frac{p_j^6}{\hat{e}_j^2}}}$$

Dans l'hypothèse $2\alpha = n_V$, (c'est-à-dire il n'y a pas de gammas manquants), la relation (1) se simplifie en :

$$\sum_{i=1}^{n_V} p_i + \sum_{j=1}^{n_T} e_j = E \qquad (1')$$

et l'on effectue aussi l'ajustement à une contrainte, Une méthode analogue (Appendice 2) donne la densité de probabilité $P_\alpha^{(2)}$:

$$P^{(2)}_{\alpha=\frac{n_v}{2}}(a_i, b_j, E) = \frac{e^{-\hat{\chi}^2/2}\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}}}{\sqrt{\sum \sigma_i^2\ \hat{p}_i^2 \ +\ \sum \tau_j^2\ \frac{\hat{p}_j^6}{\hat{e}_j^2}}}$$

La méthode précédente de calcul de $P_\alpha^{(2)}$ permet de traiter de la même façon les hypothèses avec une vraie contrainte ($2\alpha = n_v$) et les hypothèses à gammas manquants ($2\alpha > n_v$).

Les calculs précédents nous permettent donc de construire la fonction de vraisemblance écrite en B (page [illegible]).

D. Corrections

1. Validité de la loi binômiale pour déterminer la probabilité de visibilité de n_v gammas parmi n produits

La loi binômiale s'appliquerait en toute rigueur si la probabilité de détection des gammas était la même pour tous ; or celle-ci dépend de l'énergie des gammas et les énergies des gammas issus d'un même π° ne sont pas indépendantes. Pour vérifier la validité de l'approximation binômiale, nous avons simulé par une méthode Monte-Carlo des événements annihilation du type

$$\bar{p}p \rightarrow i\pi^+\ i\pi^-\ j\pi^\circ$$

(i et j entiers)

dont nous faisions matérialiser les gammas.

Le tableau ci-dessous montre la comparaison entre la probabilité de voir n_v gammas parmi n pour quelques topologies et la loi binômiale calculée à partir de la probabilité de détection d'un gamma déterminée par la même méthode ;

on voit que les différences ne deviennent notables que pour des événements avec un seul π° ($\pi^+\pi^-\pi^\circ$, $2\pi^+\ 2\pi^-\ \pi^\circ$, $3\pi^+\ 3\pi^-\ \pi^\circ$). Pour ces événements nous avons remplacé dans le calcul de la densité de probabilité $P_\alpha^{(1)}$ du paragraphe précédent, les probabilités obtenues par la loi binômiale par celles obtenues par la méthode Monte-Carlo.

Topologie Etat final	Nombre de γ visibles	Probabilité calculée Pourcentage par M.C	Loi du binôme
$2\pi^\circ$	0	1.7 ± 0.3	1.5
	1	9.8 ± 0.7	11.0
	2	31.5 ± 1.0	30.9
	3	39.9 ± 1.1	38.6
	4	17.1 ± 0.8	18.1
$5\pi^\circ$	1	0.1 ± 0.1	0.1
	3	2.8 ± 0.4	3.0
	5	17.4 ± 1.0	17.7
	10	1.0 ± 0.3	0.9
$\pi^+\pi^-\pi^\circ$	0	14.9 ± 0.9	13.0
	1	42.6 ± 1.2	46.1
	2	42.4 ± 1.2	40.8
$\pi^+\pi^-\ 3\pi^\circ$	0	0.3 ± 0.2	0.3
	3	25.3 ± 1.1	25.2
	6	5.9 ± 0.6	6.3
$2\pi^+2\pi^-\ \pi^\circ$	0	16.0 ± 1.0	14.4
	1	44.0 ± 1.3	47.1
	2	40.0 ± 1.3	38.4
$2\pi^+2\pi^-2\pi^\circ$	0	3.0 ± 0.4	2.2
	1	13.4 ± 0.9	13.9
	2	32.5 ± 1.2	33.5
	3	36.2 ± 1.3	36.0
	4	14.9 ± 1.0	14.0

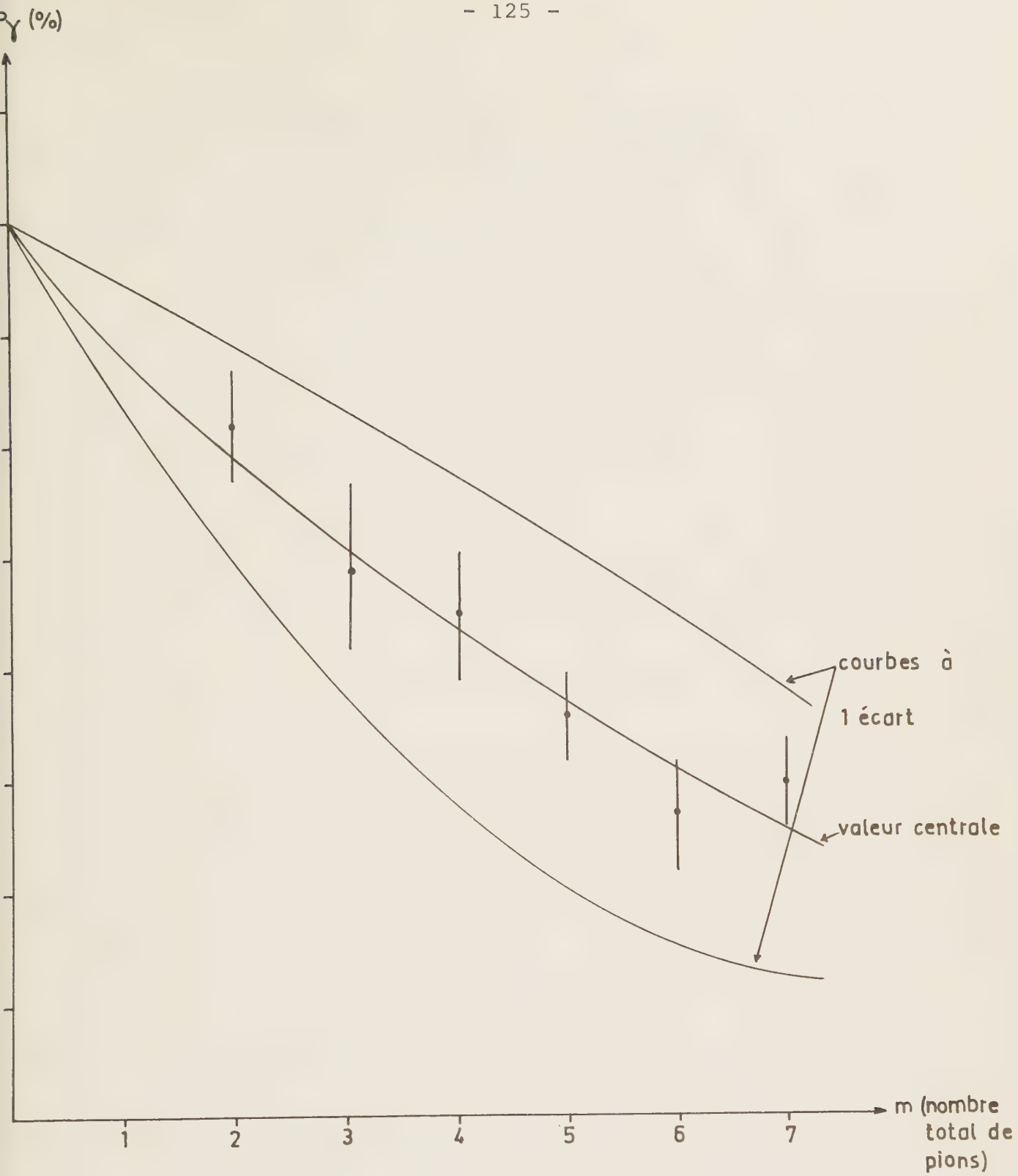


Figure 19.- Variation de la probabilité de détection d'un γ estimée par Monte-Carlo de l'état final

2. Probabilité de détection d'un gamma

Dans toute la discussion qui précède -calcul de la fonction de vraisemblance L, et détermination de P_α- nous avons raisonné comme si la probabilité p de détection d'un gamma était indépendante de la topologie de l'événement. Or la loi de matérialisation d'un gamma dépend de son impulsion et l'impulsion moyenne d'un gamma dépendant du nombre total de pions produits par l'annihilation, la probabilité moyenne de détection d'un gamma dépend du nombre total de pions de l'événement. Nous devrions utiliser donc autant de probabilités p_m, qu'il y a d'états finals à m pions possibles. Nous avons alors déterminé la relation entre la probabilité p_m et le nombre total de pions m, à l'aide de la méthode Monte-Carlo signalée plus haut. Cette relation peut être approchée de façon satisfaisante par le polynôme :

$$p_m - p_o = \alpha m + \beta m^2$$

Nous avons vérifié que les paramètres α et β dépendent très peu des limites du volume fiduciaire, de la longueur de radiation, au moins dans un domaine raisonnable de variation. C'est donc le seul paramètre, outre les $\{n_\alpha\}$, que nous ajusterons dans la maximisation de la fonction de vraisemblance définie en B. La figure 19 indique la variation de p_m en fonction de m, ainsi que les erreurs dues à la statistique limitée de la méthode Monte-Carlo ; les courbes limites donnent l'intervalle de confiance à 68% pour p_m. Ces erreurs n'auront d'ailleurs qu'une influence minime dans la suite.

	valeur inférieure	valeur centrale	valeur supérieure
α	$- 1.774 \times 10^{-2}$	-1.164×10^{-2}	$- 0.554 \times 10^{-2}$
β	0.116×10^{-2}	0.056×10^{-2}	$- 0.004 \times 10^{-2}$

Valeurs des paramètres α et β pour les paraboles $p_m = p_o + \alpha m + \beta m^2$

3. Influence des gammas ambigus

Nous avons vu, au Chapitre 2, que nous avions classé les gammas associés à un événement en gammas sûrs et ambigus ; nous avons, au Chapitre 5, déterminé le nombre moyen de gammas parasites par événement ; nous pouvons alors affiner un peu notre détermination de $P_\alpha^{(1)}$.

En effet, si nous avons n_v gammas visibles, parmi lesquels n_A ambigus, nous pouvons considérer ces n_A γ ambigus, comme composés de

- n_{Av} gammas ambigus vrais,
- n_{Ap} gammas parasites,

et donc calculer pour chaque valeur de $n_{Ap} = 0, 1, 2 \ldots n_A$:

i. Une valeur du nombre de gammas visibles vraiment issus de l'événement : $n'_v = n_v - n_{Ap}$

ii. Les valeurs de $P_\alpha^{(1)}$ (p, n'_v) comme nous l'avons expliqué ci-dessus.

iii. Une valeur de $P_\alpha^{(2)}$ (énergies des traces et des n'_v gammas), comme nous l'avons fait au paragraphe précédent. Cela revient dans notre lot de gammas associés à un vertex à retirer successivement les gammas ambigus un par un, puis deux par deux, etc... Il faut alors complèter le produit

$$P_\alpha^{(1)} \quad P_\alpha^{(2)}$$

par la densité de probabilité $P_\alpha^{(3)}(n_{Ap}, n_{Av})$ d'avoir la configuration choisie à n_{Ap} gammas ambigus parasites et n_{Av} gammas ambigus vrais ($n_{Av} = n_A - n_{Ap}$). On somme ensuite sur les configurations $n_{Av} = 0, 1, 2 \ldots$. On a évidemment avec les notations du chapitre 5 :

$$P_\alpha^{(3)} = C^{n_{Av}}_{n_v - n_{Ap}} \; q_o^{n_{Av}} \; (1 - q_o)^{n_v - n_{Ap} - n_{Av}} \; x$$

$$x \; e^{-Sn_T} \; \frac{(S_{n_T})^{n_{Ap}}}{(n_{Ap})\,!}$$

où q_o est la probabilité pour un gamma d'être ambigu, et S_{n_T} le nombre moyen de gammas parasites dans un événement à n_T traces chargées.

4. Evénements non mesurables

Pour les traces courtes qui interagissent avant 10cm dans l'espace, la courbure, même si elle est décelable n'est pas mesurable ; l'information de l'énergie est donc perdue pour des événements contenant de telles traces ; nous avons alors construit une fonction de vraisemblance pour ces événements en ne tenant compte que de la densité de probabilité $P_\alpha^{(1)}$, c'est-à-dire de l'information de la multiplicité en gammas détectés.

E. Soustraction du bruit de fond

Nous avons déterminé au Chapitre 4 les faibles taux d'événements non-annihilation et annihilation avec particules étranges, encore présents dans notre lot. Les distributions de la variable λ, définie plus haut, ne sont évidemment plus les mêmes pour ce type d'événements et l'ajustement effectué n'a plus de sens, et même introduit un biais dans la distribution en multiplicité des π°. Pour le corriger, nous utilisons les événements de bruit de fond identifiés lors de la vérification des événements sur projecteur (Chapitre 2). Nous avons donc traité ces événements de la même manière que les autres. Ceci introduit donc un biais, que nous allons utiliser pour soustraire le biais des événements de bruit de fond non identifiés. Il suffira pour cela de peser la contribution à la fonction de vrai-

semblance des événements du bruit de fond identifiés par le poids négatif :

$$-\frac{1-w}{w}$$, où w est la probabilité d'identification de ces événements du bruit de fond, déterminée au chapitre 5. Les poids utilisés étaient les suivants :

"2 Branches non-annihilation"

i. Evénement avec $\bar{p}$ secondaire s'annihilant en vol :

1.50 ± 0.15

ii. Evénement avec $\bar{p}$ secondaire s'annihilant à l'arrêt :

0.04 ± 0.01

iii. Evénement avec $\bar{n}$:

1.63 ± 0.28

"2 Branches avec particules étranges"

1.92 ± 1.11

"4 Branches avec particules étranges"

1.92 ± 1.11

Nous avons vérifié que la contribution des événements soustraits de chaque type était en accord avec les évaluations de bruit de fond du Chapitre 4.

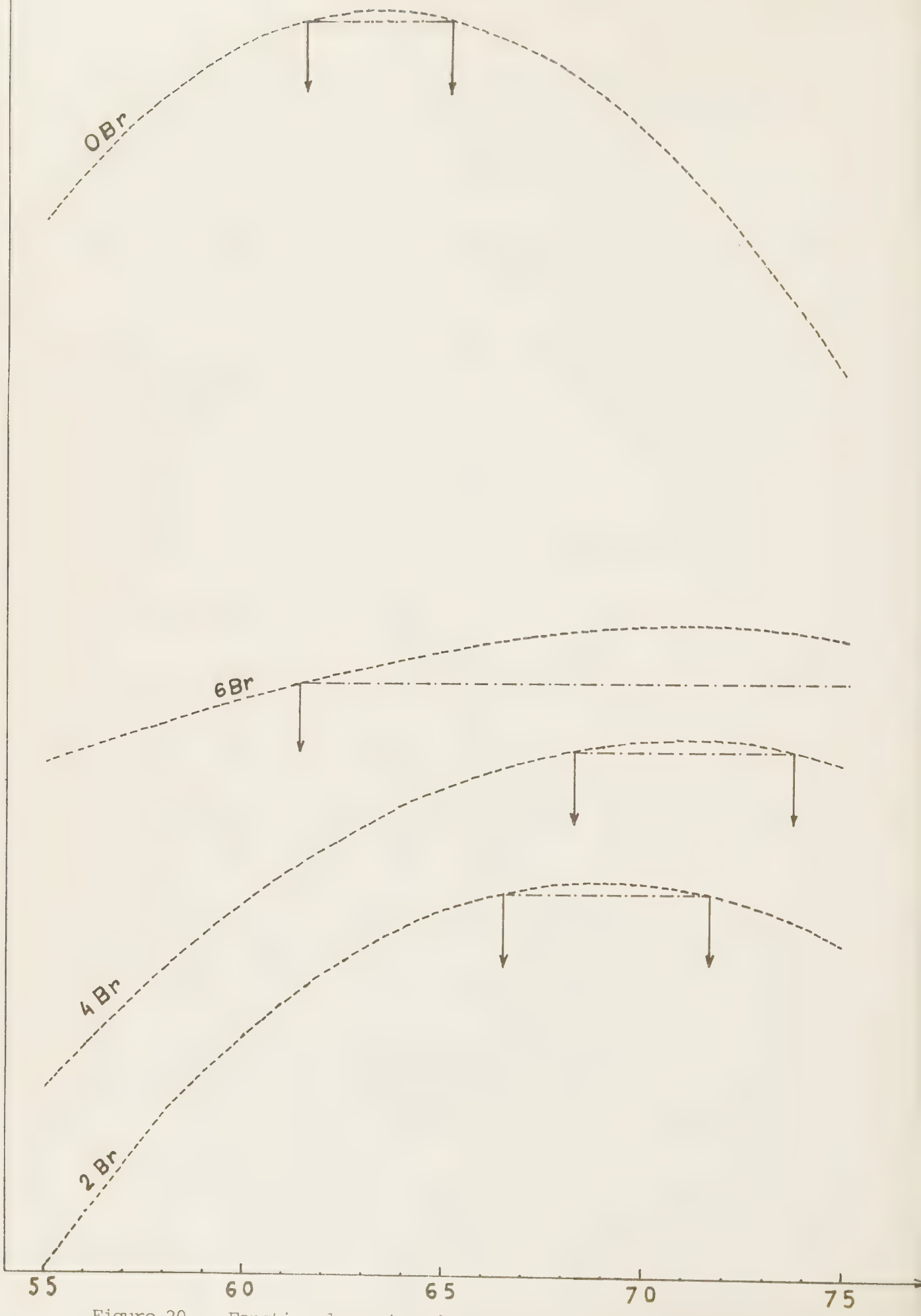
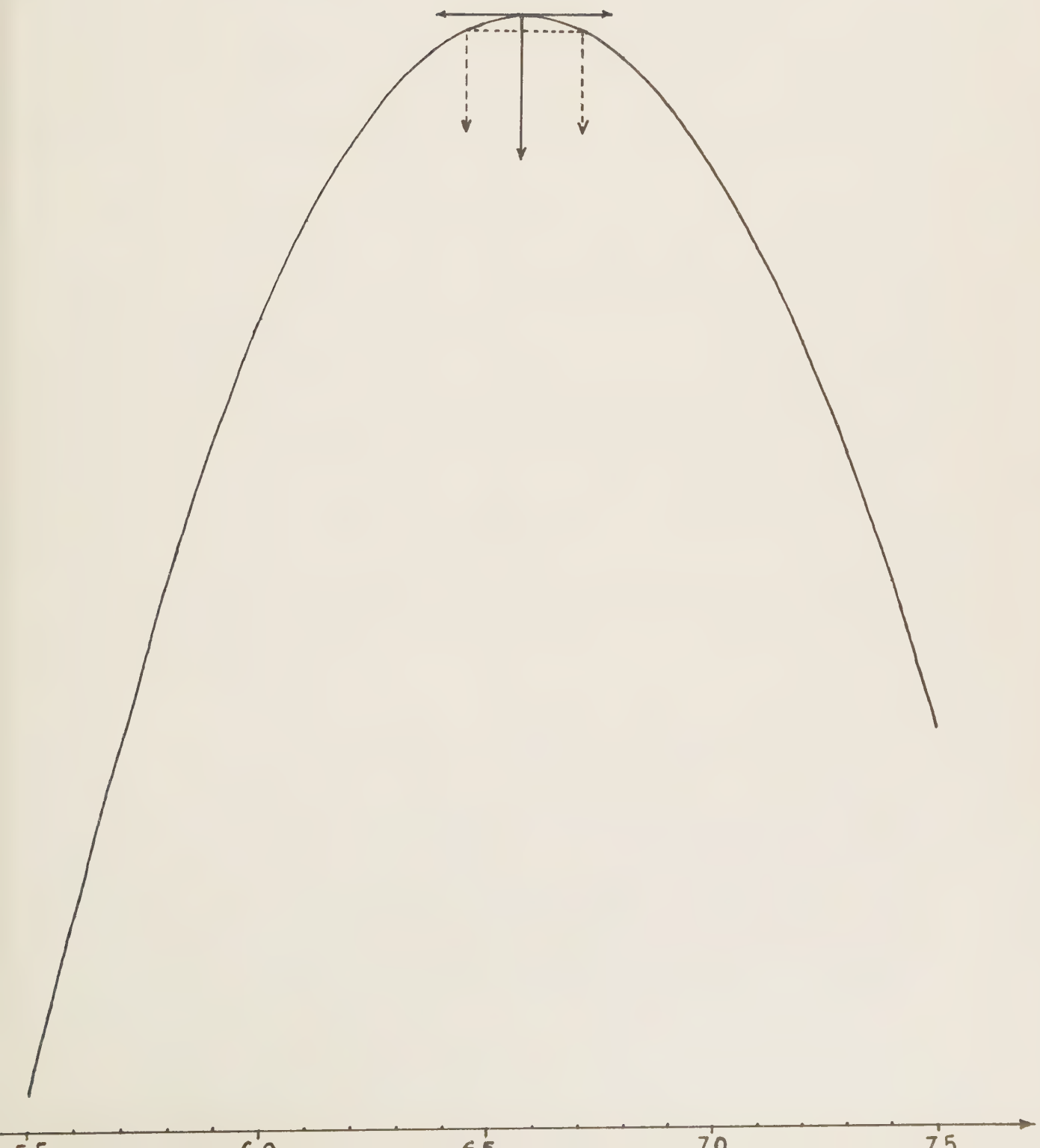


Figure 20.- Fonction de vraisemblance pour chaque topologie chargée.

Figure 21.- Produit des quatre fonctions de vraisemblance.



F. Résultats

Utilisant la méthode d'approximations successives suggérée par L. Behr, nous pouvons donc maximiser la fonction de vraisemblance $L(p_o, \{n_\alpha\})$. Nous avons obtenu une maximisation pour chaque topologie : 0, 2, 4 et 6 Branches. La figure 20 indique la variation du logarithme de la fonction de vraisemblance, maximisée à p_o fixé, en fonction de p_o pour chacune de ces topologies. On voit que les déterminations résultantes de p_o à un écart sont compatibles. Pour obtenir la meilleure estimation de p_o, nous avons utilisé le produit des quatre fonctions de vraisemblance ;

$$L_{o_{Br}}(p_o, \{n_\alpha^o\}) \times L_{2Br}(p_o, \{n_\alpha^2\}) \times L_{4Br}(p_o, \{n_\alpha^4\}) \times L_{6Br}(p_o, \{n_\alpha^6\})$$

La figure 21 montre la variation du logarithme de cette fonction, déjà maximisée à p_o fixé par rapport aux $\{n_\alpha^i\}$, pour chaque topologie chargée i, en fonction de p_o ; ce qui donne l'intervalle de confiance de p_o. Au lieu de donner le résultat sur p_o, qui n'a pas de signification physique, nous le donnerons sur p_5, probabilité moyenne de détection d'un gamma d'un événement à cinq pions :

$$p_5 = (61.3 \pm 1.3)\ \%$$

Le programme de simulation de la matérialisation des gammas dans la chambre, et de l'annihilation $\bar{p}p$ en pions, nous donnait :

$$p_5^{M-C} = (62.5 \pm 1.5)\%,$$

qui est en bon accord avec la valeur précédente.
La matrice des erreurs sur la détermination de la distribution en multiplicité $\{n_\alpha\}$, fournie par la méthode du maximum de vraisemblance, a été modifiée pour prendre en considération les erreurs sur les déterminations des bruits de fond. Ce calcul est expliqué en détails dans l'Appendice 3. Les

"0 Branche" ($\bar{p}p \rightarrow m\pi^\circ$)		
3 π°	477.5 ±112.8	
4 π°	342.2 ± 97.6	
5 π°	369.1 ± 96.8	pour 283.916 $\bar{p}$ incidents
6 π°	82.7 ± 72.1	
7 π°	132.1 ± 32.6	

"2 Branches" ($\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^- m\pi^\circ$)		
0 π°	13.2 ± 15.0	
1 π°	53.3 ± 15.9	
2 π°	150.3 ± 29.3	pour 8637 $\bar{p}$ incidents
3 π°	193.6 ± 31.3	
4 π°	60.4 ± 26.3	
5 π°	29.4 ± 21.9	

"4 Branches" ($\bar{p}p \rightarrow 2\pi^+ 2\pi^- m\pi^\circ$)		
0 π°	81.0 ± 18.1	
1 π°	319.1 ± 30.1	
2 π°	256.2 ± 31.7	pour 8637 $\bar{p}$ incidents
3 π°	60.4 ± 18.6	
4 π°	23.9 ± 9.1	

"6 Branches" ($\bar{p}p \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^- m\pi^\circ$)		
0 π°	45 ± 7.0	
1 π°	62 ± 9.8	pour 7820 $\bar{p}$ incidents
2 π°	13 ± 6.0	

Multiplicités en π° des événements propres

tableaux ci-dessous donnent les distributions des multiplicités en π° obtenues, correspondant donc à notre lot d'événements sur noyau.

Nous avons obtenu ces multiplicités en utilisant tous les événements observés même ceux auxquels il manquait des gammas. Nous devons maintenant corriger ces distributions de multiplicités pour obtenir celles des événements sur proton libre.

CHAPITRE VII

ETUDE DE L'EFFET DES INTERACTIONS SUR NOYAU SUR LA MULTIPLICITE EN PIONS OBSERVEE

-:-:-:-

Nous avons, au chapitre précédent, déterminé la distribution de la multiplicité en pions neutres pour chaque topologie chargée, à partir de la distribution de la multiplicité en gammas, ainsi que des énergies des traces et des gammas des événements. Cependant nous n'avons pas encore pris en considération le fait que le mélange remplissant la chambre ne contient pas uniquement des protons libres, mais contient aussi des noyaux plus complexes,sur lesquels certains des événements propres ont lieu.

Quels sont les effets des annihilations des antiprotons sur les nucléons de ces noyaux, quant à la distribution de la multiplicité en pions ? C'est ce que nous voulons déterminer dans ce chapitre, afin de corriger nos données.

A. Généralités - Principe de la méthode utilisée

1. Effet des interactions sur noyau

Le principe de la méthode de dépouillement est tel que les événements sur noyau que nous considérons ici sont les "événements propres", c'est-à-dire sans proton visible, et avec autant de traces positives que de traces négatives. Lorsque l'antiproton s'annihile sur un neutron du noyau,

l'équilibre des charges des particules secondaires ne pourra avoir lieu que si l'une de ces particules réinteragit et rétablit l'équilibre des charges de l'état final par exemple par échange de charge. Nous vérifierons plus loin que ce cas est très rare, si bien que nous le négligerons en première approximation. Nous n'aurons donc à considérer que des événements ayant lieu sur un proton d'un noyau, et pour lesquels les pions secondaires ont pu interagir à nouveau dans le noyau sans produire de proton visible : ces événements ressembleront, lors de la recherche des interactions, en tous points aux événements ayant eu lieu sur proton libre. Les effets de ces interactions sur noyau, par rapport aux interactions sur proton libre sont :

a. le proton lié, qui entre en jeu dans l'annihilation, n'est pas au repos, mais possède une certaine impulsion appelée "moment de Fermi" de l'ordre de 200 MeV/c. Cette impulsion induit une incertitude de 0.1 GeV sur l'énergie totale du centre de masse

$$\sqrt{s} = 2.29 \text{ GeV}$$

Les variations des sections efficaces, ainsi que des paramètres inclusifs, que nous nous proposons de déterminer dans cette expérience, sont faibles (de l'ordre de 2% d'après la référence 22b) dans cet intervalle en énergie, comparées aux erreurs expérimentales. Nous négligerons donc ce premier effet.

b. les particules mises en jeu peuvent interagir sur les nucléons du noyau où a lieu l'annihilation. Les conséquences de ces réinteractions sont :

i. si un pion réinteragit pour donner par échange de charge, un pion d'une charge différente, ou produire un pion supplémentaire,la topologie apparente sera différente de la topologie réelle de l'annihilation.

ii. Nous devrons aussi considérer le fait que l'antiproton peut très bien interagir, sans s'annihiler, dans un noyau, avant l'annihilation avec un nucléon du même noyau. L'effet de ces non-annihilations précédant l'annihilation est d'augmenter le rapport :(annihilations/ non-annihilations)dans les noyaux, en comparaison du même rapport pour les événements sur proton libre ;

iii. Mais surtout, puisque ces réinteractions des pions ont lieu sur d'autres nucléons du même noyau, certaines d'entre elles produiront des protons, visibles lors de la recherche des interactions, et l'événement sera rejeté, comme "sale". Cet effet sans doute le plus important, distord les multiplicités réelles, car plus nous avons de pions produits et plus la probabilité de réinteractions d'au moins un pion augmente, donc, plus nous avons de chances qu'un proton visible soit produit par l'une d'elles. Ainsi nous avons dû rejeter une plus grande proportion d'événements nucléaires dans les hautes multiplicités en pions que dans les basses.

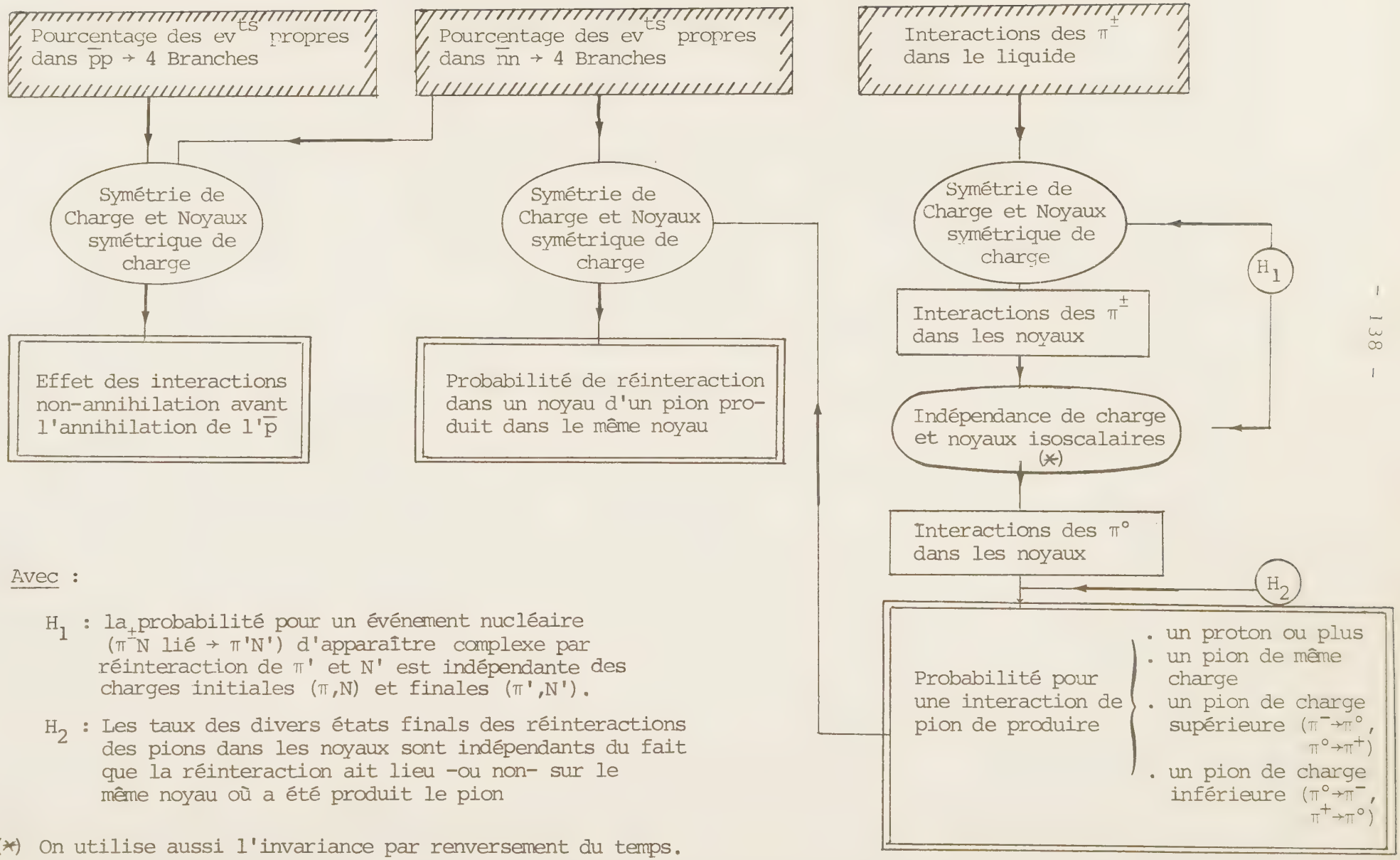
Nous devrons donc déterminer, pour chaque multiplicité, le pourcentage des événements nucléaires rejetés, ou encore la probabilité pour qu'une annihilation d'antiproton sur un proton lié conserve la même multiplicité et reste un événement "propre".

2. Méthode utilisée

La méthode utilisée est résumée par le tableau ci-après.

Les données expérimentales sont dans les rectangles en grisé :

- interactions des pions chargés dans le liquide ;
- pourcentage des interactions propres du type $\bar{n}n \rightarrow$ "4 Branches" ;
- pourcentage des interactions propres du type $\bar{p}p \rightarrow$ "4 Branches" ;



Avec :

H_1 : la probabilité pour un événement nucléaire ($\pi^{\pm}N$ lié $\to \pi'N'$) d'apparaître complexe par réinteraction de π' et N' est indépendante des charges initiales (π,N) et finales (π',N').

H_2 : Les taux des divers états finals des réinteractions des pions dans les noyaux sont indépendants du fait que la réinteraction ait lieu -ou non- sur le même noyau où a été produit le pion

(*) On utilise aussi l'invariance par renversement du temps.

Elles sont obtenues par des dépouillements particuliers des photographies de l'expérience, que nous expliciterons plus loin.

Les hypothèses "théoriques" sont symbolisées par les ovales :

. indépendance de charge des interactions fortes (donc utilisation de la symétrie de charge); invariance par rapport au renversement du temps.

. noyaux isoscalaires, donc symétriques de charge; cette hypothèse est justifiée par le fait que les noyaux du liquide -autres que les noyaux d'Hydrogène- sont en très grande majorité des noyaux de Carbone (effectivement isoscalaires) . Le rapport du nombre de protons au nombre de neutrons des noyaux du liquide est d'ailleurs :

$$\frac{n_p}{n_n} = 0.94$$

Nous ajouterons à cet ensemble deux hypothèses simplificatrices H_1 et H_2 explicitées dans le tableau et détaillées plus loin.

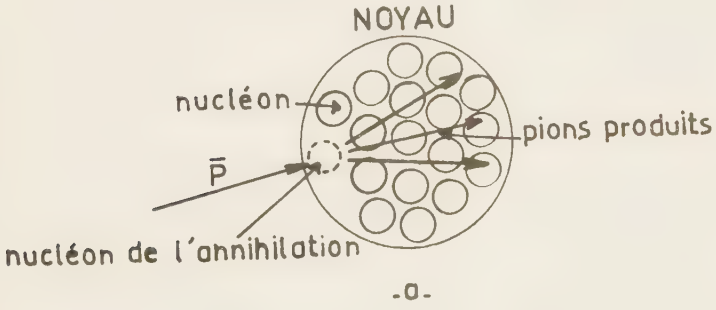
Les vérifications de notre méthode sur des canaux (à 0 et 1 π^0) bien connus par les expériences en chambre à bulles à Hydrogène constitueront d'ailleurs une justification a posteriori de ces hypothèses.

Enfin les résultats obtenus sont résumés dans les rectangles avec un double cadre.

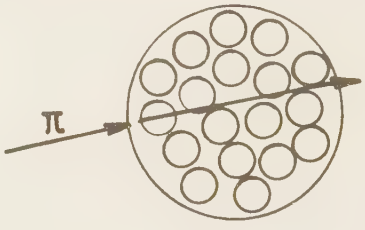
B. Dépouillement particulier pour l'étude des interactions des pions sur les noyaux du liquide

Nous allons, dans le but d'obtenir les taux des divers états finals produits par les réinteractions des pions dans les noyaux utiliser d'abord l'hypothèse H_2 : "les taux des divers états finals des réinteractions des pions dans les noyaux du liquide sont indépendants du fait que la réinteraction ait lieu -ou non- dans le même noyau où le pion a été produit".

Ceci peut se justifier par l'argument qualitatif suivant : l'annihilation d'un antiproton est vraisemblablement un phénomène ayant lieu dès que l'antiproton "pénètre" dans le noyau , ainsi les pions sont produits à la périphérie du noyau (figure a ci-dessous), ce qui est pratiquement identique à la production hors du noyau quant à la réintéraction (fig.b).



.a.



.b.

A partir de cette hypothèse, nous avons dépouillé les interactions des secondaires chargés (positifs ou négatifs), des événements "4 Branches".

Le choix des événements "4 Branches" nous assurait que les secondaires étaient tous des pions -ou presque- (voir Chapitre 4 page 76). De plus, afin de limiter la perte d'énergie de ces pions par ionisation dans le liquide, nous avons exigé que les interactions ne soient considérées

qu'à une distance inférieure à 15 cm du vertex primaire. Une partie de ces interactions ayant lieu sur proton libre, pour comprendre les effets des interactions nucléaires, nous devrons séparer les interactions sur proton libre ou sur noyau des pions.

Que l'interaction ait lieu sur un nucléon lié ou sur un proton libre, elle a toujours lieu initialement sur un nucléon ; pour la plupart elles ne produisent pas de pions supplémentaires et sont du type :

$$\left.\begin{array}{l} \pi^+ p \to \pi^+ p \\ \pi^+ n \to \pi^+ n \\ \pi^+ n \to \pi^\circ p \end{array}\right\} \quad \text{pour les } \pi^+$$

et

$$\left.\begin{array}{l} \pi^- p \to \pi^- p \\ \pi^- n \to \pi^- n \\ \pi^- p \to \pi^\circ n \end{array}\right\} \quad \text{pour les } \pi^-,$$

éventuellement suivie, pour les nucléons liés, de réinteractions dans le noyau.

Nous appellerons "simple" une interaction de pion compatible avec une interaction sur un seul nucléon, et "complexes" les autres.

Remarquons que les interactions sur proton libre sont toujours simples, tandis que les interactions sur proton lié ne sont simples que si elles n'ont pas plus d'un proton visible dans l'état final sauf pour les réactions ne produisant pas de proton dans l'état final qui sont complexes dès qu'elles ont un proton visible.

Les résultats de ce dépouillement sont donnés dans les deux tableaux ci-dessous pour les π^+ et les π^-. Quelques commentaires s'imposent :

i. lorsque nous parlons d'événements "diffusion

élastique sans proton visible", nous n'avons retenu dans cette catégorie que ceux des événements dont l'angle entre le pion dévié et le pion initial était supérieur à 5°.

ii. lorsque nous donnons le nombre d'événements "échange de charge"

Interactions des π^+

Diffusion élastique sans proton visible	E^+	107	32%	±3%
Diffusion élastique avec un proton visible	P^+	111	35%	±3%
Echange de charge sans proton visible	E_C^+	13	4%	±1%
Echange de charge avec un proton visible	E_C^P	16	5%	±1%
Production de pions supplémentaires sans proton visible	S^+	2	3%	±1%
Production de pions supplémentaires avec un proton visible	S^+	5	3%	±1%
Evénements complexes	C^+	68	21%	±2%
TOTAL	T^+	323	100%	

avec ou sans proton visible, nous parlons pour les π^+ de la réaction :

$$\pi^+ n \rightarrow \pi^\circ p,$$

mais pour les π^-, la réaction correspondante est la suivante :

$$\pi^- p \rightarrow \pi^\circ n ;$$

donc, si un ou plusieurs protons sont visibles dans cette dernière réaction, l'événement sera considéré comme complexe, puisqu'il n'y a pas de proton dans l'état final.

Remarquons de plus que l'échange de charge des π^- ($\pi^- p \rightarrow \pi^\circ n$) contient à la fois des interactions sur noyau et sur proton libre tandis que celui des π^+ ($\pi^+ n \rightarrow \pi^\circ p$) contient uniquement des événements sur noyau.

Interactions des π^-

Diffusion élastique sans proton visible	E^-	151	45%	± 3%
Diffusion élastique avec <u>un</u> proton visible	P^-	36	11%	± 2%
Echange de charge sans proton visible	E_C^-	72	22%	± 2%
Production de pions supplémentaires sans proton visible	S^-	10	4%	± 1%
Production de pions supplémentaires avec <u>un</u> proton visible		3		
Evénements complexes	C^-	61	18%	± 2%
TOTAL	T^-	333	100%	

iii, nous avons vérifié que dans une fraction appréciable de ces événements (40%) un ou deux gammas étaient détectés et associés au vertex.

iv. on peut, enfin, remarquer que les pourcentages d'événements avec production de pions supplémentaires sans proton visible sont faibles.Nous supposerons que cette production, qui ne représente qu'une petite correction, est indépendante de la charge du pion initial.

C. Calcul des taux des états finals des interactions des pions dans les noyaux

1. Utilisation de l'hypothèse H_1

Les données que nous avons obtenu sur les $\pi^{\pm}$ contiennent une part d'événements sur proton libre. On peut constater que cette fraction est faible en vérifiant expérimentalement que les longueurs respectives d'interactions dans le liquide pour les π^+ et les π^- sont compatibles. Une méthode de Bartlett donne $L_{\pm}$ = (67 ± 7) cm. Par ailleurs, à partir des tables donnant les sections efficaces totales des π^+ et π^- sur proton libre en fonction de l'impulsion incidente (Référence 45) et du spectre en impulsion des π^+ et π^- observé dans notre expérience (celui-ci s'étend de 0 à 1 GeV/c avec un maximum vers 0.20 GeV/c) nous pouvons calculer les sections efficaces moyennes sur proton libre :

$$\sigma_H^+ = (70.6 \pm 5) \text{ mb}$$

$$\sigma_H^- = (36.9 \pm 5) \text{ mb}$$

Les erreurs tiennent compte des incertitudes sur les spectres en impulsion des π^+ et des π^-, compte tenu de la rapide variation des sections efficaces dans la zone des résonances. On peut en déduire les rapports respectifs ρ_+ et ρ_- des interactions de pions sur proton libre aux interactions sur noyau, dans notre liquide :

$$\rho_{\pm} = \frac{1}{\frac{1}{L_{\pm} n_H \sigma_H^{\pm}} - 1}$$

où n_H représente le nombre d'atomes d'Hydrogène par unité de volume dans le liquide ($n_H = 0.387 \times 10^{23}$ g/cm^3).
On trouve (*)

$$\rho_+ = 0.21 \pm 0.03$$

$$\rho_- = 0.11 \pm 0.02$$

Ceci étant, nous cherchons à comprendre le comportement des pions dans les noyaux ; nous voulons donc soustraire l'effet de la petite fraction des interactions des pions sur proton libre dans les données des tableaux des pages 141 et 142. Pour ce faire nous avons besoin de l'hypothèse H_1 :

"la probabilité pour un événement $\pi^{\pm}$N lié → π'N' d'apparaître complexe par réinteraction de π' ou N' est indépendante des charges initiales (π et N) et finales (π' et N')".

Soient ζ cette probabilité, $a_i^{\pm}$ les taux respectifs d'événements sur noyau classés selon les tableaux des pages 141 et 142, et $b_i^{\pm}$ les mêmes taux pour les événements sur proton libre :

$$\Sigma\, a_i^{\pm} = \Sigma\, bi^{\pm} = 1$$

(*) On vérifie que la différence entre ρ_+ et ρ_- introduit entre les longueurs d'interaction L_+ et L_- une différence

$$L_- - L_+ = (5,91 \pm 1,7) \text{ cm}$$

inférieure à notre erreur sur $L_{\pm}$.

Le nombre d'événements complexes est proportionnel à :

$$\zeta \, a_i^{\pm}$$

Les taux d'événements complexes dans les tableaux des pages 141 et 142 sont alors :

$$\tau_c^{\pm} = \frac{\zeta \Sigma \, a_i^{\pm}}{1 + \rho_{\pm}} = \frac{\zeta}{1 + \rho_{\pm}}$$

On trouve d'après nos données :

ζ calculé avec les $\pi^+ = 0.25 \pm 0.02$

et

ζ calculé avec les $\pi^- = 0.20 \pm 0.02$

On voit que l'hypothèse H_1 est raisonnable. Nous avons augmenté l'incertitude sur ζ ($<\zeta> = 0.23 \pm 0.05$) pour tenir compte de l'erreur systématique introduite par cette approximation.

2. Pions chargés

Nous sommes en mesure maintenant de soustraire les interactions des pions sur proton libre dans les données des tableaux des pages 141 et 142.

Dans tout ce qui suit, nous supposerons afin de rendre les formules plus simples, que les lots de π^+ et de π^- sont normalisés à des nombres égaux d'interactions sur noyau. Il suffit, par exemple, de multiplier les données

des π^- par $\dfrac{T^+(1+\rho_-)}{T^-(1+\rho_+)}$

où $T^\pm$ est le nombre total d'événements de chaque lot.
Un paramètre important est la probabilité ε de ne pas voir un proton émis par la réaction :

$$\pi N \rightarrow \pi P$$

(où N est un nucléon).

Nous utilisons trois méthodes indépendantes pour calculer ε :

i. l'échange de charge des π^+ fait intervenir un proton ; donc avec les notations rappelées en note (*), la probabilité ε est donnée par la formule :

$$\varepsilon = \frac{E_C^+}{E_C^+ + E_C^P} = 0.45 \pm 0.09$$

(*) $E_C^\pm$: échange de charge sans proton visible ($\pi^\pm$)
E_C^P : échange de charge avec proton visible (π^+)
$E^\pm$: diffusion élastique sans proton visible ($\pi^\pm$)
$P^\pm$: diffusion élastique avec proton visible ($\pi^\pm$)

ii. les diffusions élastiques des $\pi^{\pm}$ permettent de donner des bornes restrictives sur ε. Pour simplifier, nous raisonnerons sur des lots égaux de π^+ et π^-. Soient alors :

$n_{\pm}$ les nombres d'interactions "diffusion élastique" sur proton libre des π^+ et des π^-.

n_1 le nombre d'interactions du type $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p$ sur proton lié, qui est aussi le nombre d'interactions $\pi^- n \rightarrow \pi^- n$, par symétrie de charge.

n_2 le nombre d'interactions : $\pi^- p \rightarrow \pi^- p$ sur proton lié et le nombre d'interactions $\pi^+ n \rightarrow \pi^+ n$.

On voit facilement que, avec les notations des pages 142 et 143 :

$$E^+ = (n_+ + n_1)\ \varepsilon + n_2$$

$$E^- = (n_- + n_2)\ \varepsilon + n_1$$

$$P^+ = (n_+ + n_1)\ (1 - \varepsilon)$$

et $P^- = (n_- + n_2)\ (1 - \varepsilon)$, système d'équations linéaires en n_+, n_-, n_1 et n_2 qui se résoud et donne :

$$n_1 = E^- - \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} P^-$$

$$n_2 = E^+ - \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} P^+$$

$$n_+ = \frac{\varepsilon P^- + P^+}{1 - \varepsilon} - E^-$$

$$n_- = \frac{\varepsilon P^+ + P^-}{1 - \varepsilon} - E^+$$

Les limites sur ε sont obtenues en écrivant les conditions de positivité de ces nombres. Les conditions les plus restrictives sont données par n_2 et n_-, et mènent à

$$\frac{E^+ - P^-}{E^+ + P^+} < \varepsilon < \frac{E^+}{E^+ + P^+} \quad ;$$

numériquement :

$$0,344 \pm 0.044 < \varepsilon < 0.491 \pm 0.034$$

ou encore

$$\varepsilon = 0.40 \pm 0.09 \text{ , valeur compatible avec}$$

celle obtenue précédemment.

iii. Le calcul précédent nous a permis de déterminer les nombres respectifs d'événements pour les réactions à deux corps sur proton libre et sur noyau. Comme ces réactions à deux corps constituent la quasi-totalité de la section efficace πN à notre énergie, on doit retrouver les rapports $\rho_\pm$ à partir des nombres d'événements calculés plus haut ; on obtient dans le cas des π^+ :

$$(1 + \rho_+) \ (n_1 + n_2 + E_c^+ + E_c^P + C^+ + S^+) = T^+$$

Soit :

$$(1 + \rho_+) \left[E^+ + E^- - \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} (p^+ + p^-) + E_c^+ + E_c^P + C^+ + S^+ \right] = T^+$$

Avec la normalisation choisie, les π^- n'apportent pas d'information supplémentaire. On trouve :

$\varepsilon = 0.36 \pm 0.05$ valeur également compatible avec les précédentes, ce qui confirme la validité de l'hypothèse H_1 à la base de ces estimations.

Combinant ces trois estimations, on obtient la valeur

$$\varepsilon = 0.38 \pm 0.04$$

que nous adopterons par la suite. Avec cette valeur de ε, nous pouvons calculer les nombres d'événements "diffusion élastique sur proton libre" $n_{\pm}$ et diffusion élastique sur proton lié n_1, n_2 soit

$$n_+ = 50.1 \pm 26.0$$
$$n_- = 19.1 \pm 21.8$$
$$n_1 = 129.0 \pm 12.8$$
$$n_2 = 39.0 \pm 12.2$$

et par soustraction les nombres d'événements "diffusion élastique sur nucléon lié sans proton visible" ($E_L^{\pm}$) ou "avec proton visible" ($P_L^{\pm}$) :

$$E_L^{\pm} = E^{\pm} - \varepsilon n_{\pm} = E^{\pm} + \varepsilon E^{\mp} - \frac{\varepsilon(P^{\pm} + \varepsilon P^{\mp})}{1 - \varepsilon}$$

et

$$P_L^{\pm} = P^{\pm} - (1 - \varepsilon) n_{\pm} = (1 - \varepsilon) E^{\mp} - \varepsilon P^{\mp}$$

ainsi que le nombre total d'événements "diffusion élastique"

sur noyau, égal pour les π^+ et les π^- à :

$$E_e = E_L^+ + P_L^+ = E_L^- + P_L^-$$

$$= E^+ + E^- - \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}(P^+ + P^-)$$

Pour les réactions d'échange de charge des π^+, elles sont du type $\pi^+ n \to \pi^\circ p$, donc elles sont toujours sur noyau. Par symétrie de charge appliquée à cette réaction, nous déduisons que le nombre $E_C'^-$ d'événements du type $\pi^- p \to \pi^\circ n$ sur proton lié, est égal au nombre d'événements correspondants des π^+, soit :

$$E_C'^- = E_C^+ + E_C^P$$

A partir de ce nombre $E_C'^-$, nous pouvons calculer, par soustraction, le nombre d'événements "échange de charge" sur proton libre des π^- :

$$n_C^- = E_C^- - E_C'^-$$

Les tableaux ci-dessous donnent les résultats numériques pour les π^+ et les π^- ; le calcul d'erreur a été fait en prenant en considération les corrélations entre les diverses valeurs, ce qui le rend un peu délicat :

Interactions sur noyaux	π^+	π^-
Diffusion élastique sans proton	$E_L^+ = 82.4 \pm 15.9$	$E_L^- = 129.4 \pm 17.8$
Diffusion élastique avec 1 proton	$P_L^+ = 71.0 \pm 11.9$	$P_L^- = 24.0 \pm 11.4$
Echange de Charge sans proton	$E_C^+ = 13.0 \pm 3.6$	$E_C'^- = 29.0 \pm 5.4$
Echange de Charge avec 1 proton	$E_C^P = 16.0 \pm 4.0$	
Production de π supplémentaires	9.8±3.6	9.8± 3.6
Ev^{ts} complexes	61.1± 10.4	61.1 ±10.4
Total	253.4±26.8	253.4± 26.8

3. Quelques vérifications

Nous sommes en mesure, dès à présent, de vérifier la la validité de la soustraction précédemment effectuée des intéractions de pions sur protons libres :

i. On connaît bien par les tables (Référence 24) le rapport ρ défini par :

$$\rho = \frac{\sigma(\pi^- p \to \pi^- p)}{\sigma(\pi^- p \to \pi^- p) + \sigma(\pi^- p \to \pi^\circ n)}$$

dans la zone d'énergie de nos pions, pour les interactions sur proton libre. Les tables donnent pour ce rapport, après correction de la perte en événements due à la coupure de 5° pour la diffusion élastique :

$$\rho = 0.35 \pm 0.03$$

D'après nos données, nous obtenons la valeur

$$\rho = \frac{n_-}{n_- + n_c^-} = 0.27 \pm 0.33$$

qui n'est pas en contradiction avec la valeur ci-dessus.

ii. L'impulsion moyenne des pions étant de 300 MeV/c, nous sommes dans la région du Δ, pour les interactions des π. Nous constatons effectivement une dominance du canal I = 3/2 à savoir $\pi^+ p \to \pi^+ p$ et $\pi^- n \to \pi^- n$ $(n_1 > n_2)$: expérimentalement, nous avions : $n_1 = 129 \pm 13$, $n_2 = 39 \pm 12$.

4. Pions neutres

Nous supposons toujours que le taux d'événements complexes est le même pour les π^+ et les π^-. Appliquons l'indépendance de charge aux canaux "diffusion élastique" et "échange de charge" ; comme les noyaux sont isoscalaires, la section efficace totale "diffusion élastique plus échange de charge" Σ est la même pour π^+, π^- et π° ; enfin par renversement du temps nous avons :

$$\sigma_2 = \sigma(\pi^\circ p \to \pi^+ n) = \sigma(\pi^+ n \to \pi^\circ p)$$

$$\sigma_3 = \sigma(\pi^\circ n \to \pi^- p) = \sigma(\pi^- p \to \pi^\circ n),$$

puisque les nombres d'états de spin possibles sont les mêmes dans l'état initial et dans l'état final.

On en déduit alors :

$$\sigma_1 = \sigma(\pi^\circ p \to \pi^\circ p) = \sigma(\pi^\circ n \to \pi^\circ n)$$

$$= (\Sigma - \sigma_2 - \sigma_3)/2.$$

Passant aux nombres d'événements et utilisant la probabilité ε, nous obtenons les résultats indiqués dans le tableau ci-après pour les π° :

Interactions simples sur noyau des π°

Diffusion élastique sans proton	E_o = 85.9±16.3
Diffusion élastique avec 1 proton	P_o = 38.5±9.5
Echange de charge. haut,(*) sans proton	E_C = 29.0± 5.4
Echange de charge. bas, sans proton	E_C = 11.0± 2.3
Echange de charge bas avec 1 proton	E_{Cp} = 18.0±3.5
Production de π supplémentaires	9.8±3,6
Ev^{ts} complexes	61.1±10.4
TOTAL	253.4±26.8

( ) Haut signifie qui augmente la charge du π° ($\pi^\circ \to \pi^+$), bas qui diminue la charge du π° (π° donne π^-)

Interactions des Pions dans les Noyaux

$\pi^+ \rightarrow \pi^+$ sans proton	(32.5 ± 3.9)%
$\pi^+ \rightarrow$ protons visibles	(58.5 ± 3.9)%
$\pi^+ \rightarrow \pi^\circ$ sans proton	(5.1 ± 1.6) %
Production de pions supplémentaires	(3.9 ± 1.3) %
$\pi^- \rightarrow \pi^-$ sans proton	(51.1 ± 4.1)%
$\pi^- \rightarrow$ protons visibles	(33.6 ± 4.1) %
$\pi^- \rightarrow \pi^\circ$ sans proton	(11.4 ± 2.7) %
Production de pions supplémentaires	(3.9 ± 1.3) %
$\pi^\circ \rightarrow \pi^\circ$ sans proton	(33.9 ± 4.0)%
$\pi^\circ \rightarrow$ protons visibles	(46.4 ± 4.0) %
$\pi^\circ \rightarrow \pi^+$ sans proton	(11.4 ± 2.7) %
$\pi^\circ \rightarrow \pi^-$ sans proton	(4.3 ± 1,6) %
Production de pions supplémentaires	(3.9 ± 1.3)%

5. Résultats

Nous pouvons présenter les résultats suivant l'influence de l'interaction du pion sur la multiplicité de l'annihilation :

. variation de la charge(sans proton visible)
. production de pions supplémentaires(*) (sans proton visible)
. production de proton visible

C'est ce qui est fait dans le tableau de la page 154 .

D. Probabilité de réinteraction d'un pion

Nous appelons "sale" une annihilation d'antiproton, lorsque des protons sont visibles au vertex de l'interaction, ou que le nombre de traces positives produites n'est pas égal au nombre de traces négatives.

Soit α, la probabilité de réinteraction d'un pion produit par une annihilation. La variable α est indépendante de la charge du pion, à cause de l'indépendance de charge appliquée à l'interaction πN, et de la nature isoscalaire des noyaux.

1. Influence des réinteractions des pions sur la multiplicité des annihilations

Nous avons vu au paragraphe précédent les pourcentages des états finals des interactions des pions sur les noyaux. Nous connaissons donc la probabilité de changer la multiplicité, ou de "salir" l'événement si un pion interagit. Pour toute valeur de la probabilité de réinteraction α, nous pouvons donc calculer la fraction des événements ayant lieu sur noyau, qui restent propres, et ce pour toute topologie initiale en π^+, π^- et π° produits.

(*) Nous avons supposé que cette production de pions supplémentaires avait la même valeur pour les π^+, les π^- et les π° ; la valeur de (3.9±1.3)% est obtenue par la moyenne des résultats des π^+ et des π^-.

La figure 22 montre la variation de cette fraction en fonction de la probabilité α, pour diverses topologies initiales. Remarquons que ces taux ne dépendent pratiquement pas -dans la limite de nos erreurs- de la multiplicité détaillée, mais uniquement du nombre total de pions initialement produits par l'annihilation. Aussi, nous utiliserons les courbes de la figure 23, valeurs moyennes pour une multiplicité totale fixée, des courbes correspondantes pour les multiplicités détaillées ; les erreurs ont été augmentées en conséquence.

2. Détermination de la probabilité de réinteraction

Pour déterminer α, nous avons utilisé des événements "4 Branches" produits dans les étoiles neutres corrélées aux vertex "O Branche". Dans ces événements du type

$$\bar{n}\, n \rightarrow 2\pi^+ 2\pi^- + \text{neutres},$$

nous pouvons, comme dans les annihilations d'antiprotons, négliger la contamination des événements non-annihilation. De plus ces événements ont tous lieu sur noyau -puisque sur neutron- aussi le taux d'événements nucléaires qui restent propres est-il obtenu directement :

pour 156 étoiles neutres "4 Branches", nous avions 44 événements propres, soit :

$$R_{\bar{n}} = (28.2 \pm 3.6)\%$$

Nous savons que dans les événements "4 Branches" les canaux dominants sont ceux à 1 et 2 π°, soit 5 et 6 pions, et ce aussi bien dans l'annihilation $\bar{n}n$ que $\bar{p}p$; et la moyenne se situant quelque part entre ces deux valeurs, nous pouvons déterminer un intervalle de confiance pour α par la méthode graphique indiquée sur la figure 24 .

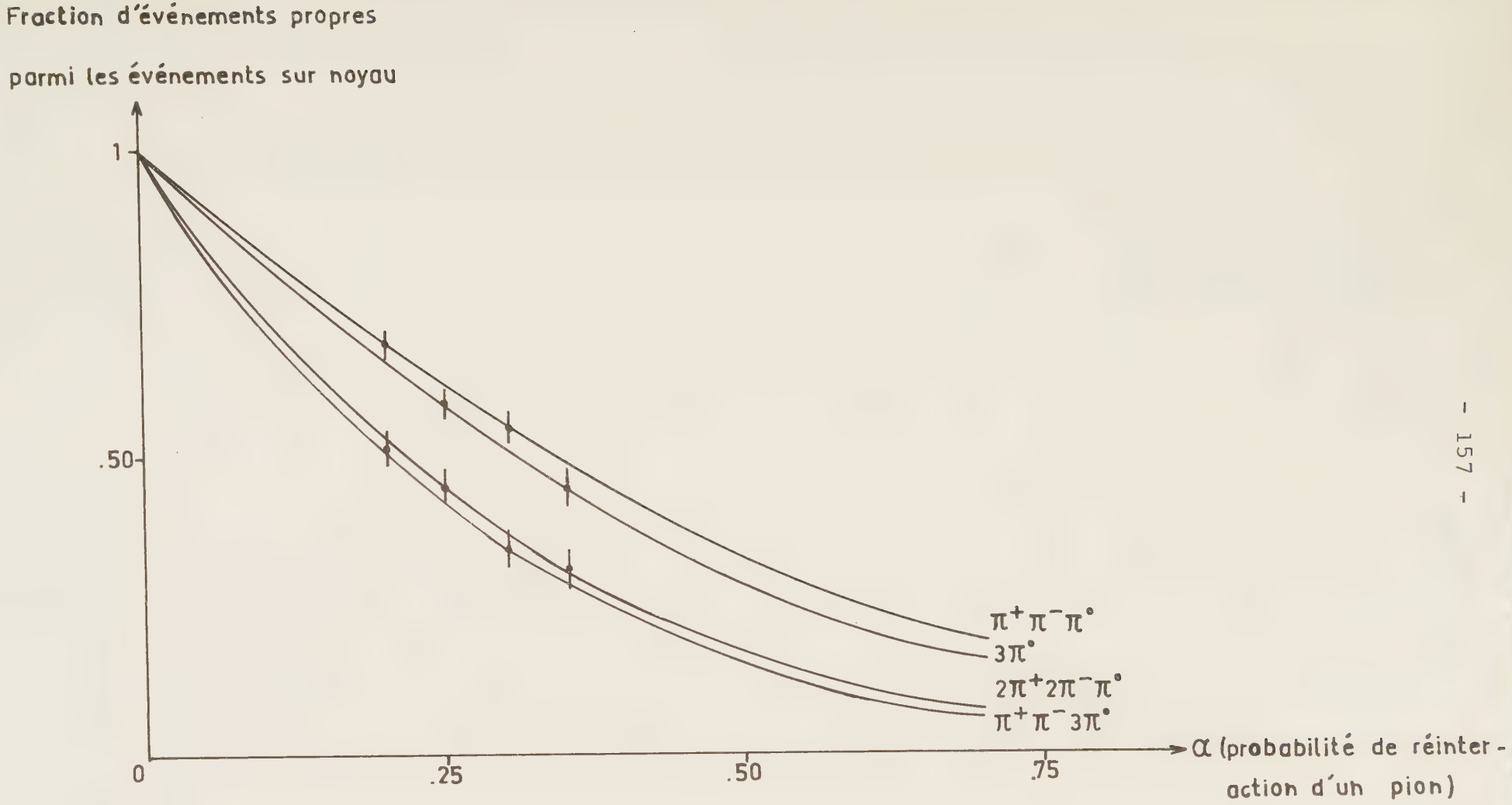


Figure 22.- Variation de la fraction d'événements propres parmi les événements sur noyau en fonction des états de charges de l'état final et de la probabilité de réinteraction d'un pion.

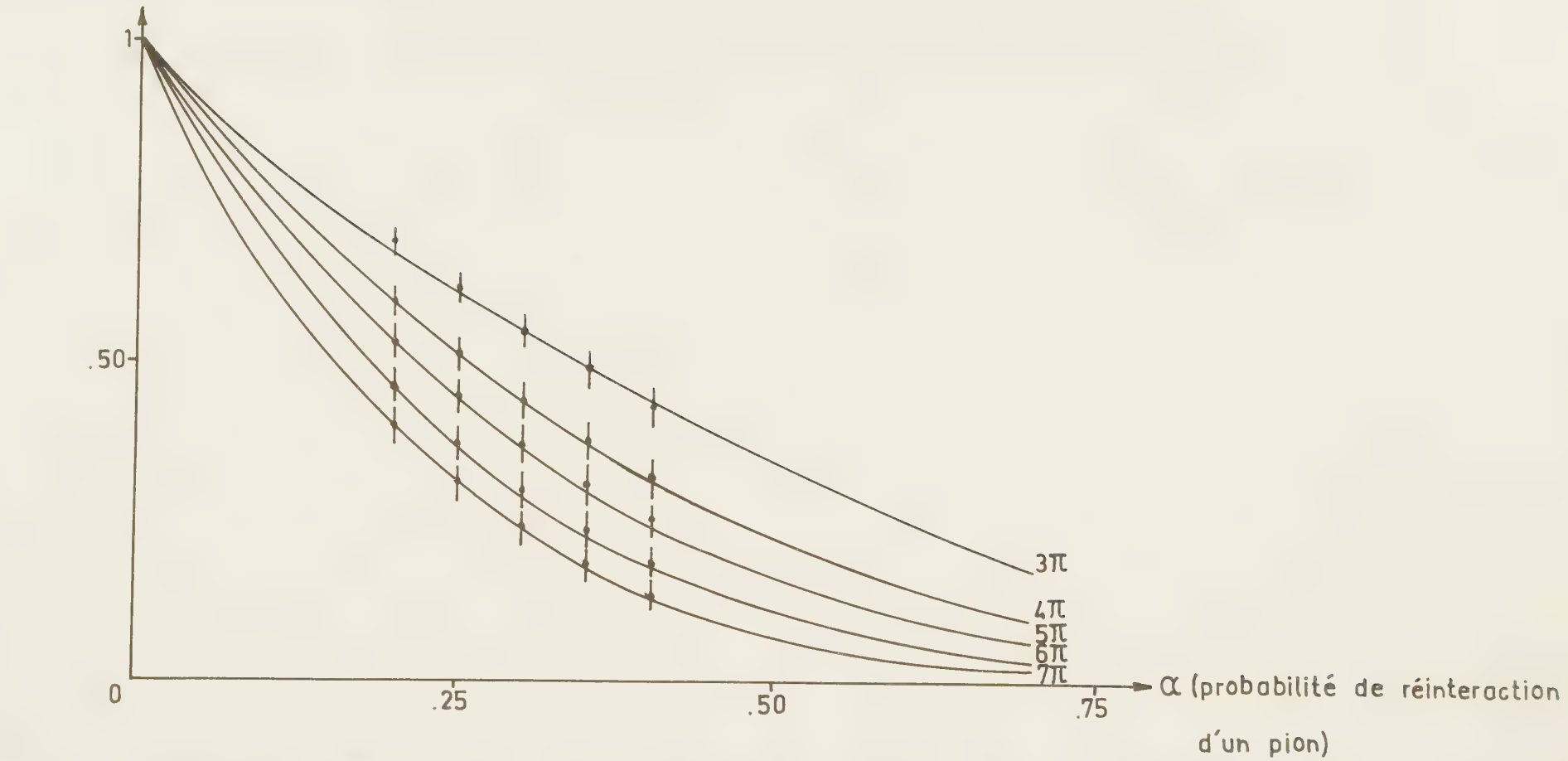


Figure 23.- Variation de la fraction d'événements propres parmi les événements sur noyau en fonction de la probabilité de réinteraction d'un pion.

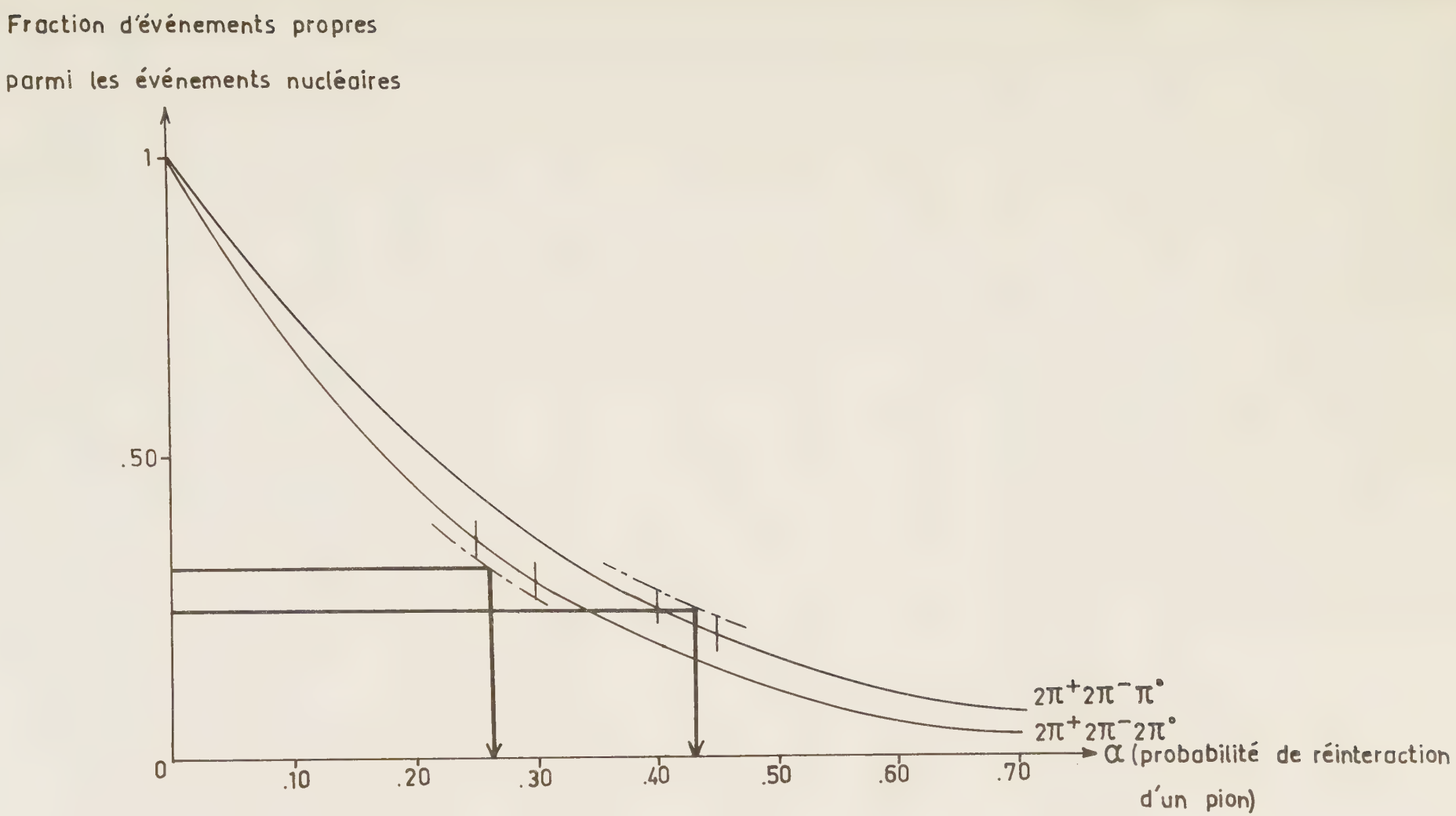


Figure 24 _ Détermination graphique de α

On obtient :

$$\alpha = 0.35 \pm 0.08$$

3. Taux d'événements sur proton libre parmi les événements propres

La présence des noyaux dans le liquide modifie la distribution de multiplicité en pions par les trois effets suivants, que nous prendrons successivement en considération :

. réinteractions des pions dans le noyau après l'annihilation ;

. interaction de l'antiproton dans le noyau (diffusion élastique ou échange de charge) avant l'annihilation ;

. annihilations sur neutron ;

a) Effets des réinteractions des pions

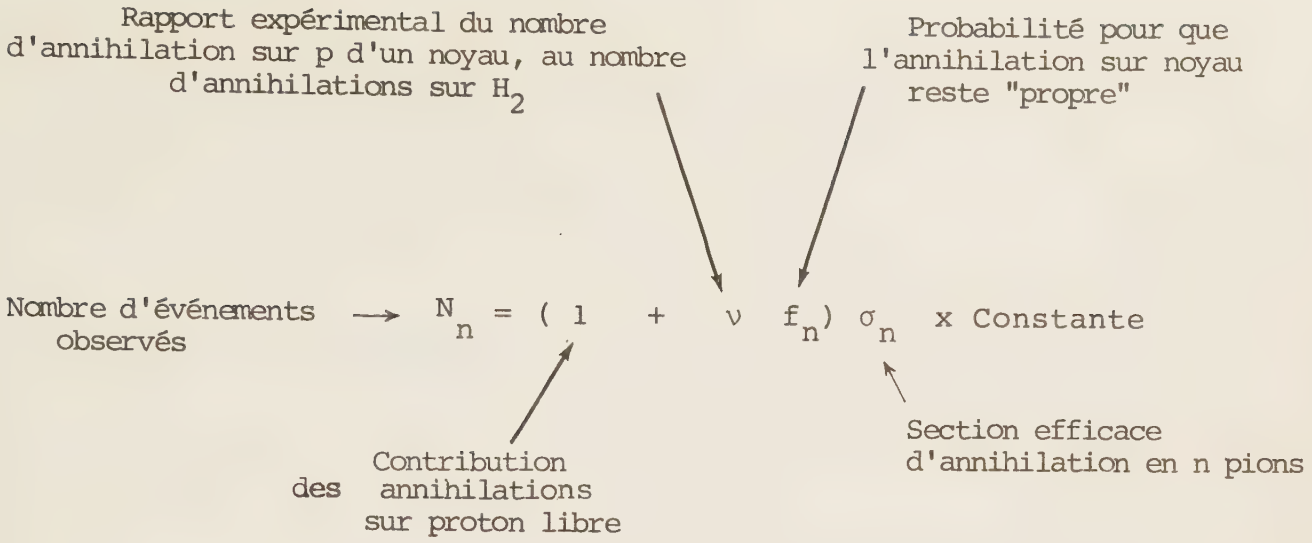
Soient :

. f_n la fraction d'événements propres parmi les événements sur noyau à n pions, calculée pour la probabilité de réinteractions α ci-dessus ;

. ν le rapport du nombre d'interactions sur proton d'un noyau au nombre d'interactions sur proton libre.

Si σ_n est la section efficace d'annihilation en n pions, sur proton libre, si N_n est le nombre d'événements observés après correction des pertes dues à la visibilité des γ, nous pouvons écrire la relation, qui traduit le fait que le nombre N_n d'événements observés est la somme de deux contributions :

. événements sur proton libre
. événements sur proton lié, qui restent "propres".



Le taux d'événements sur proton libre parmi les événements propres est

$$h_n = \frac{1}{1 + \nu f_n}$$

b. Effet des interactions de l'antiproton avant l'annihilation

Il nous faut cependant corriger la formule ci-dessus pour tenir compte de l'effet suivant : lorsqu'un antiproton frappe un noyau, il peut avant l'annihilation, interagir dans ce noyau pour donner, par des réactions telles que la diffusion élastique ou l'échange de charge, un autre antinucléon qui s'annihile ensuite. Ceci a pour effet d'augmenter artificiellement le taux ν des annihilations sur proton d'un noyau par rapport aux annihilations sur proton libre.

i. Détermination expérimentale de ν

Ce rapport peut être déterminé en utilisant les annihilations "4 Branches" d'antiprotons. De la même façon que nous avons déterminé le taux R_{n}^{-} d'événements propres parmi les événements "4 Branches" des étoiles neutres, nous pouvons déterminer le taux R_{p}^{-} d'événements propres parmi les "4 Branches" annihilations d'antiprotons :

$$R_{p}^{-} = (53.5 \pm 1.8)\ \%$$

Si σ_n (n = 4,5...) sont les sections efficaces d'annihilation $\bar{p}p \to$ n pions, égales à $\bar{n}n \to$ n pions, il est facile de voir que les rapports R_{n}^{-} et R_{p}^{-} sont donnés par :

$$R_{p}^{-} = \frac{\sum_n \sigma_n (1 + \nu f_n)}{\sum_n \sigma_n (1 + \nu)} = \frac{1 + \nu(\sum_n \sigma_n f_n / \sum \sigma_n)}{1 + \nu}$$

et

$$R_{n}^{-} = \frac{\sum_n \sigma_n \nu f_n}{\sum_n \sigma_n \nu} = \frac{\sum_n \sigma_n f_n}{\sum_n \sigma_n}$$

soit en éliminant $\frac{\sum_n \sigma_n f_n}{\sum_n \sigma n}$ dans R_{p}^{-} :

$$\nu = \frac{1 - R_{p}^{-}}{R_{p}^{-} - R_{n}^{-}}$$

Numériquement, avec $R_{\bar{n}} = (28,2 \pm 3,6)\%$ (voir page 156) :

$$\nu = 1,84 \pm 0.33$$

ii. Vérification

Nous pouvons, par un calcul simple, obtenir une vérification de cette détermination de ν.

Le rapport ν_o, du nombre d'annihilations sur proton d'un noyau au nombre d'annihilations sur proton libre est donné par :

$$\nu_o = \frac{1}{2} \frac{n_N \sigma_N}{n_H \sigma_H}$$

en supposant égales les sections efficaces d'annihilation $\bar{p}p$ et $\bar{p}n$ à notre énergie (Référence 22b), ($\sigma_{\bar{p}p} \simeq \sigma_{\bar{p}n} \simeq 98$mb), en supposant égaux les nombres de protons et de neutrons des noyaux, et où n_H, n_N sont, respectivement, les nombres d'atomes d'Hydrogène, et de noyaux par unité de volume dans notre liquide, σ_H et σ_N étant les sections efficaces totales des antiprotons sur proton libre et sur noyau. La longueur d'interaction L des antiprotons du faisceau est égale, par définition à :

$$L = \frac{1}{n_H \sigma_H + n_N \sigma_N}$$

d'où en éliminant $n_N \sigma_N$:

$$\nu_o = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{L n_H \sigma_H} - 1 \right]$$

La section efficace totale σ_H doit être corrigée pour tenir compte du fait que nous n'avons pas considéré comme interaction des diffusions élastiques du faisceau d'angle inférieur à 5°

(ce qui représente une soustraction de (15 ± 5)mb),
Ainsi avec les valeurs numériques ;

L = (72 ± 4.5)cm, mesurée au Chapitre 1 (page 25)

$$\sigma_H = (83 \pm 6)\text{mb} = (83 \pm 6) \times 10^{-27}\ \text{cm}^2$$

$$n_H = 0.387 \times 10^{23}\ \text{H/cm}^3$$

nous obtenons :

$$\nu_o = 1.73 \pm 0.21$$

Pour prendre en considération les réactions de diffusion élastique, ou d'échange de charge de l'antiproton avant l'annihilation, nous écrirons :

$$\nu_1 = \nu_o \left[1 + \varepsilon'.\ \alpha'.\ \frac{\sigma_e + \sigma_i}{\sigma_{tot}} \right]$$

où ε' est la probabilité de ces interactions (élastiques et inélastiques), de ne pas émettre de proton visible;

α' la probabilité pour l'antinucléon secondaire de s'annihiler dans le même noyau ;

σ_e, σ_i et σ_{tot} respectivement les sections efficaces de diffusion élastique, de diffusion inélastique et la section efficace totale.

Numériquement nous avons :

$$\frac{\sigma_e + \sigma_i}{\sigma_{tot}} \sim 0,5$$

$$0 < \varepsilon' < 1$$

et en choisissant une valeur moyenne de 0.5 pour α' (légèrement supérieure à α puisque les sections efficaces des anti-nucléons sont plus grandes que les sections efficaces des pions) ; on obtient donc les limites :

$$1 < \frac{\nu_1}{\nu_o} \lesssim 1.25$$

soit

$$\nu_1 = \nu_o (1.15 \pm 0.15)$$

ou

$$\nu_1 = 1.99 \pm 0.35$$

valeur parfaitement compatible avec les résultats de la détermination expérimentale.

c) Effets des annihilations sur neutrons

Une annihilation sur neutron, d'après nos critères de dépouillement, ne doit pas contaminer notre lot d'événements. En effet elle présente dans l'état final une charge négative en excès.

Cependant si l'un des pions réinteragit dans le noyau, de telle sorte que sa charge augmente ($\pi^- \rightarrow \pi^\circ$, ou $\pi^\circ \rightarrow \pi^+$) il pourra alors présenter des charges équilibrées dans l'état final.

Nous allons montrer par un calcul simple que la contamination résultante est d'un ordre de grandeur inférieur aux erreurs expérimentales. Un dépouillement d'événements sur neutron, sans proton visible dans l'état final nous a donné :

$$N_3 = 17.2 \pm 1.6 \text{ événements du type}$$

$$\bar{p}n \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^- \text{ (+ neutres)}$$

et

$$N_5 = 6.7 \pm 1.0 \text{ événements du type}$$

$$\bar{p}n \rightarrow 2\pi^+ 2\pi^- \pi^- \text{ (+ neutres)},$$

pour 1000 $\bar{p}$ incidents.

Connaissant les probabilités de réinteractions sans proton visible :

$$p_{\pi^- \rightarrow \pi^\circ} = (11.5 \pm 2.7) \cdot 10^{-2} \cdot \alpha$$

et

$$p_{\pi^\circ \rightarrow \pi^+} = (11.5 \pm 2.7) \cdot 10^{-2} \cdot \alpha$$

avec $\alpha = 0.35 \pm 0.08$

Nous obtenons les nombres d'événements contaminants suivants, en supposant un nombre moyen de pions égal à 5 pour les "3 Branches" et égal à 6 pour les "5 Branches" :

$N_{2 \text{ Branches}}$	$= 1.3 \pm 0.3$ événements pour 1000 $\bar{p}$ incidents (soit environ 1% des "2 Branches")
$N_{4 \text{ Branches}}$	$= 1.4 \pm 0.3$ événements pour 1000 $\bar{p}$ incidents (soit environ 1% des "4 Branches")
$N_{6 \text{ Branches}}$	$= 0.3 \pm 0.1$ événements pour 1000 $\bar{p}$ incidents (soit environ 2% des "6 Branches")

qui sont bien négligeables devant les autres erreurs.

d) Résultats

Nous sommes ainsi en mesure de calculer les taux h_n d'événements sur proton libre parmi les événements propres à n pions. Dans le but de minimiser l'influence des incertitudes sur f_n, ν,..., nous utiliserons les rapports $\rho_{n5} = \frac{h_n}{h_5}$, en normalisant nos corrections au canal 5 pions, le plus abondant.

Les valeurs respectives de ρ_{n5} et h_n sont indiquées dans le tableau ci-dessous :

n	ρ_{n5}	h_n
2	0.77 ± 0.05	0.49 ± 0.11
3	0.83 ± 0.05	0.53 ± 0.11
4	0.93 ± 0.04	0.59 ± 0.11
5	1.00	0.64 ± 0.10
6	1.09 ± 0.06	0.70 ± 0.10
7	1.18 ± 0.07	0.75 ± 0.09
8	1.30 ± 0.12	0.83 ± 0.09

Si l'on regarde les taux d'événements sur proton libre, en fonction de la multiplicité totale, on s'aperçoit qu'ils croissent avec la multiplicité ; on retrouve bien ici, la distorsion que nous supposions au début de ce chapitre : nous avons rejeté plus d'événements sur noyau dans les hautes multiplicités que dans les basses.

E. Vérifications a posteriori de la méthode

Pour vérifier la méthode décrite ci-dessus, qui fait appel à de nombreux résultats, nous allons utiliser des sections efficaces de canaux bien mesurés par les expériences de chambre à bulles à hydrogène ; à savoir :

$\pi^+\pi^-\pi^\circ$	σ =	(1.58 ± 0.25) mb	(*)
$2\pi^+2\pi^-$	σ =	(1.4 ± 0.3) mb	(**)
$2\pi^+2\pi^-\pi^\circ$	σ =	(10.4 ± 1.0) mb	(**)
$3\pi^+3\pi^-$	σ =	(1.16 ± 0.10) mb	(**)
$3\pi^+3\pi^-\pi^\circ$	σ =	(1.80 ± 0.25) mb	(**)

Si nous regardons le rapport des sections efficaces ci-dessus, aux sections efficaces obtenues dans cette expérience (fig.25), nous n'observons aucun effet systématique pour des nombres croissants de pions.

Une seconde vérification a posteriori de notre méthode, qui ne détaille pas les divers canaux, est la mesure de la multiplicité moyenne des π^- ou des π^+.

(*) d'après la référence 25

(**) d'après la référence 26

Figure 25.- Rapports entre les sections efficaces déterminées par les expériences en chambre à bulles à hydrogène, et celles mesurées par cette expérience.

Avant d'effectuer nos corrections, le nombre moyen de π^- était :

$$f^-_{\text{événements propres}} = 1,48 \pm 0.02$$

Après correction pour obtenir la distribution de multiplicité des événements sur proton libre, nous obtenons :

$$f^-_{\text{événements sur proton libre}} = 1.72 \pm 0.02$$

valeur en accord avec celle donnée par les références 25 et 26 :

$$f^-_H = 1.71 \pm 0.06$$

F. Conclusion

Nous avons par cette méthode déterminé la distribution de multiplicité des événements sur proton libre, à partir des événements "propres" en utilisant tous les événements, même ceux qui comportent des gammas manquants, à partir d'hypothèses simples.

Cependant il importe de remarquer que cette méthode est limitée à cause des deux conditions suivantes :

. les particules de l'état final doivent être de basse énergie (nous avons supposé faible la production de pions supplémentaires, dans les réinteractions des pions de l'état final).

. les particules de l'état final doivent être des pions (en réalité on pourrait imaginer de généraliser cette méthode à des états finals contenant d'autres particules, mais cela la compliquerait de façon notable).

"On lui reprochait ses contradictions.
Il répondait : "Oui, j'ai dit cela ?
J'ai dit aussi beaucoup de bêtises".

P.J. Jouve, à propos de
L. Tolstoï, dans une
lettre à R. Rolland du
18.5.1917

QUATRIEME PARTIE

-:-:-:-:-

Résultats - Discussion

Nous nous proposons maintenant, de présenter les résultats obtenus, puis de les compareravec les prédictions d'un modèle d'annihilation, ainsi qu'avec les résultats d'autres interactions produisant des pions.

CHAPITRE VIII

RESULTATS

Le but de ce chapitre consiste d'abord en la présentation des résultats de cette étude des canaux multineutres de l'annihilation $\bar{p}p$, puis en une comparaison de ces résultats avec les prédictions de modèles d'annihilation. De plus nous comparons, avant de conclure, ces résultats avec ceux d'autres interactions, en particulier $e^+e^- \rightarrow$ pions.

A. Présentation des résultats

1. Rapports d'embranchement topologiques

Après avoir analysé le lot d'événements suivant la méthode explicitée dans les chapitres précédents, nous avons obtenu en premier lieu les rapports d'embranchement des canaux suivant le nombre de pions chargés (rapports d'embranchement topologiques). Nous les avons normalisés au canal le plus abondant : $\bar{p}p \rightarrow 2\pi^+ 2\pi^-$ + neutres ; ces rapports sont indiqués dans le tableau ci-dessous :

Type de la réaction	Rapport d'embranchement normalisé aux 4 Branches	Rapport d'embranchement normalisé au total (*).
$\bar{p}p \rightarrow m\pi^\circ$	0.052 ± 0.004	0.028 ± 0.002
$\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^- + m\pi^\circ$	0.629 ± 0.049	0.339 ± 0.020
$\bar{p}p \rightarrow 2\pi^+ 2\pi^- + m\pi^\circ$	1	0.539 ± 0.016
$\bar{p}p \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^- + m\pi^\circ$	0.208 ± 0.018	0.112 ± 0.008
Toutes annihilations en pions (*)	1.855 ± 0.052	1

(*) Nous donnons ici les rapports d'embranchement normalisés au total des annihilations $\bar{p}p \rightarrow$ pions, en utilisant le rapport (8 Br/4 Br) = (0.13±0.05)% (Référence

2. Rapports d'embranchement des canaux multineutres

Pour chaque état final avec un nombre de pions chargésfixé (0, 2, 4 ou 6) nous avons calculé les rapports d'embranchement des états suivant leur nombre de π°. Nous donnons ces résultats dans le tableau ci-dessous :

N^{bre} de pions chargés	0		2		4		6	
N^{bre} total de pions	N^{bre} de π°	0 Br $n\pi^\circ$ / 0 Br Total	N^{bre} de π°	2 Br $n\pi^\circ$ / 2 Br Total	N^{bre} de π°	4 Br $n\pi^\circ$ / 4 Br Total	N^{bre} de π°	6 Br $n\pi^\circ$ / 6 Br Total
2			0	0.02±0.03				
3	3	0.28 ± 0.08	1	0.09 ± 0.03				
4	4	0.26 ± 0.07	2	0.29 ± 0.05	0	0.10 ± 0.02		
5	5	0.28 ± 0.07	3	0.40 ± 0.06	1	0.41 ± 0.04		
6	6	0.07 ± 0.06	4	0.13 ± 0.06	2	0.36 ± 0.05	0	0.35±0.06
7	7	0.12 ± 0.03	5	0.05 ± 0.05	3	0.09 ± 0.03	1	0.53±0.07
8					4	0.04±0.02	2	0.12±0.06

3. Distribution de multiplicité en pions

En combinant les rapports d'embranchement topologiques avec la distribution de multiplicité en pions neutres donnée ci-dessus, nous obtenons la distribution de la multiplicité totale en pions de l'annihilation $\bar{p}p$:

Nombre total de pions	Taux
2	0.01±0.01
3	0.04±0.01
4	0.15±0.02
5	0.36±0.03
6	0.28±0.03
7	0.13±0.03
8	0.04±0.02

Cette distribution est représentée sur la figure 26.

La G-parité d'un ensemble de n pions est donnée par la formule : $G = (-1)^n$. A partir de la distribution ci-dessus, nous pouvons facilement calculer le rapport R_G des sections efficaces des canaux avec une G-parité négative (nombre impair de pions) et des sections efficaces des canaux avec une G-parité positive (nombre pair de pions) :

$$R_G = \frac{G < 0}{G > 0} = 1.10 \pm 0.20$$

Ce résultat n'indique donc pas une dominance des canaux avec une G-parité négative, contrairement aux considérations faites au moyen du modèle statistique de spin isotopique (voir page 3).

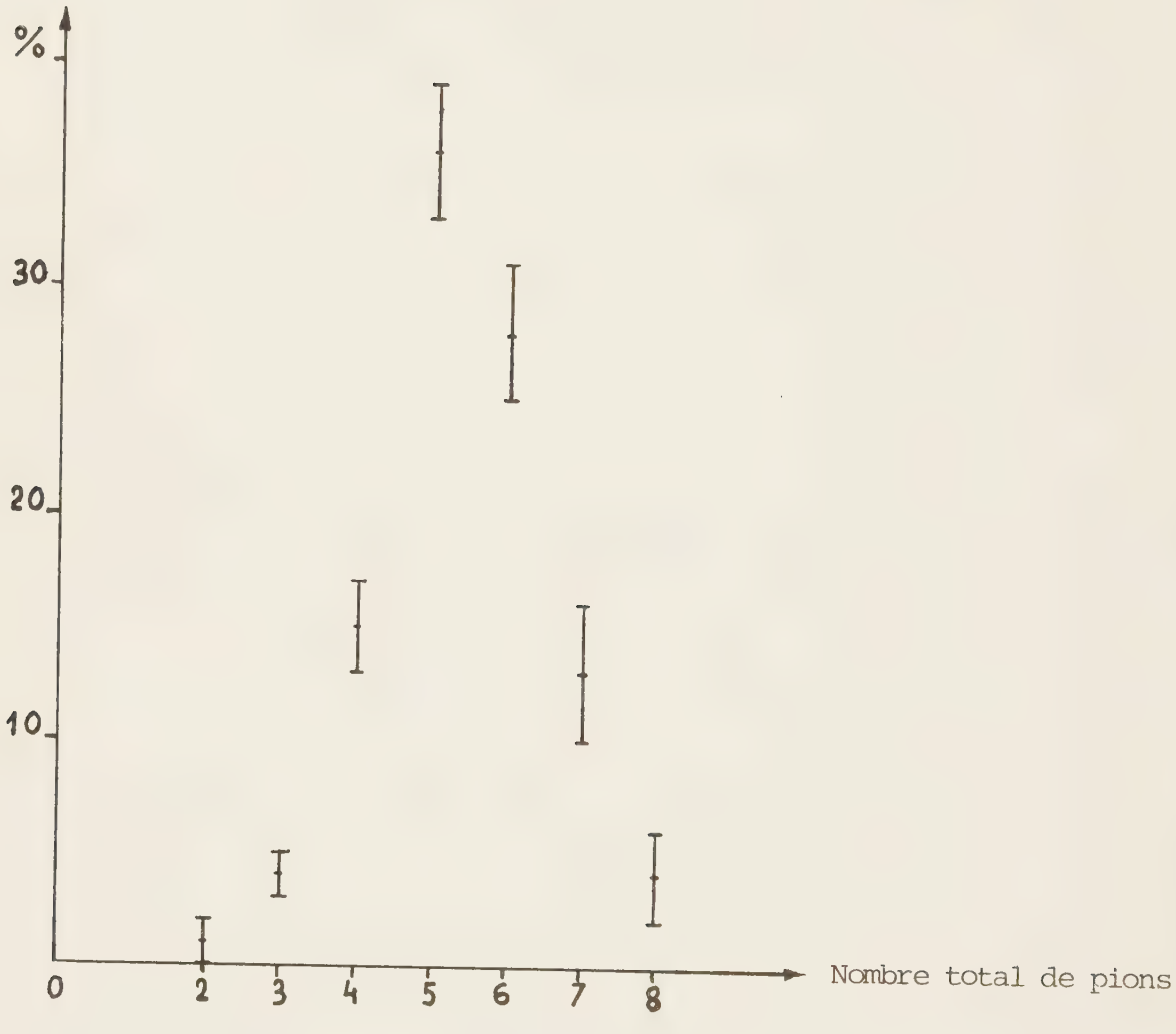


Figure 26. Distribution de la multiplicité totale en pions.

4. Paramètres inclusifs

a) Définitions

A partir des résultats précédents nous pouvons calculer les paramètres inclusifs souvent utilisés dans l'étude des annihilations $\bar{p}p$ (Référence 32).

- le nombre moyen de π^- (ou de π^+) :

$$\langle n_- \rangle = f_1^- = (\sum_i \tau_i \, i)/(\sum \tau_i)$$

où τ_i est le taux des événements à i π^- (ou π^+) indiqué au § 1.

- le nombre moyen de π° :

$$\langle n_\circ \rangle = f_1^\circ$$

calculé de manière analogue, pour un nombre de π^- fixé, ou pour la distribution totale.

- la dispersion de la distribution de multiplicité en π^- ou π° :

$$D_i = \sqrt{\langle n_i^2 \rangle - \langle n_i \rangle^2} \qquad (i = \circ \text{ ou } -)$$

où $\langle n_i^2 \rangle$ est le moment d'ordre 2 de cette distribution.

- les moments de Mueller f_2^{--} ou $f_2^{\circ\circ}$ des distributions de multiplicités en π^- ou π°, définis par :

$$f_2^i = \langle n_i \, (n_i - 1) \rangle - \langle n_i \rangle^2$$

$$= \langle n_i^2 \rangle - \langle n_i \rangle^2 - \langle n_i \rangle = D_i^2 - \langle n_i \rangle$$

avec i = - - ou O O

Ces moments sont nuls pour une distribution de Poisson.

- le coefficient de corrélation entre les distributions de multiplicités en π^- et π° :

$$f_2^{-\circ} = \langle n_- \cdot n_\circ \rangle - \langle n_- \rangle \cdot \langle n_\circ \rangle$$

5. Résultats

Nous avons rassemblé les valeurs des paramètres inclusifs dans les tableaux ci-dessous :

- Distributions de multiplicités totales

π^- :

$f_1^- = 1.72 \pm 0.02$
$f_2^{--} = -1.25 \pm 0.04$
$D_- = 0.69 \pm 0.02$

π° :

$f_1^\circ = 1.96 \pm 0.05$
$f_2^{\circ\circ} = -0.68 \pm 0.11$
$D_\circ = 1.27 \pm 0.02$

$$f_2^{-\circ} = -0.54 \pm 0.03$$

On remarquera immédiatement que le nombre moyen de π° (f_1°) est supérieur au nombre moyen de π^- (f_1^-) avec une différence supérieure à quatre écarts-standards : nous confirmons ainsi "l'excès de π°" dans l'annihilation $\bar{p}p$. On notera ensuite la forte corrélation négative dans les distributions de multiplicités des π^- et des π°.

- Distributions de multiplicités en π° à nombre de π chargés fixé :

Pour chaque topologie chargée nous avons déterminé les paramètres inclusifs relatifs à la distribution de multiplicité en π° :

n_-	0	2	4	6
$f_1^\circ = \langle n_\circ \rangle$	4.49 ± 0.07	2.77 ± 0.10	1.57 ± 0.05	0.77 ± 0.08
$f_2^{\circ\circ}$	-2.85 ± 0.16	-1.44 ± 0.26	-0.70 ± 0.09	-0.35 ± 0.08
$D_\circ$	1.28 ± 0.31	1.15 ± 0.25	0.93 ± 0.10	0.65 ±0.13

La variation de $\langle n_\circ \rangle$ en fonction de n_- est representée sur la figure 27.

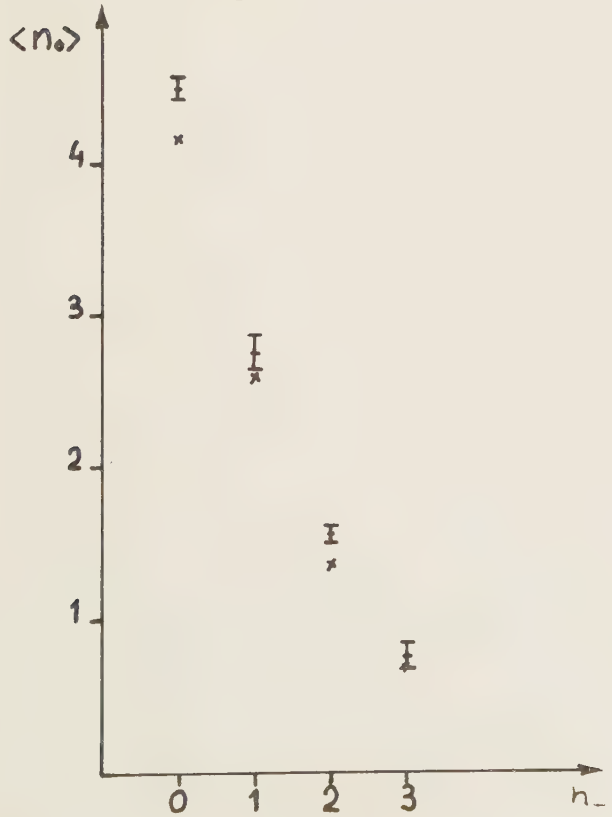


Figure 27. -Variation du nombre moyen de π° pour chaque configuration chargée, en fonction du nombre de π^-(ou de π^+).

(x Prédiction du modèle statistique de spin isotopique)

Nous pouvons enfin calculer, à partir des rapports d'embranchement topologiques et des rapports d'embranchement des canaux multineutres pour une topologie chargée donnée, les rapports d'embranchement des états finals avec un nombre total de pions fixé. Ces résultats sont rassemblés dans le tableau ci-après.

Nbre total de pions	Configuration	Rapport d'embranchement expérimental	Rapport d'embranchement théorique (*)
3	$\pi^+ \pi^- \pi^\circ$	0.800 ± 0.055	0.850
	$3\pi^\circ$	0.200 ± 0.055	0.150
4	$2\pi^+ 2\pi^-$	0.334 ± 0.085	0.400
	$\pi^+ \pi^- 2\pi^\circ$	0.619 ± 0.087	0.578
	$4\pi^\circ$	0.047 ± 0.014	0.022
5	$2\pi^+ 2\pi^- \pi^\circ$	0.609 ± 0.056	0.639
	$\pi^+ \pi^- 3\pi^\circ$	0.370 ± 0.032	0.340
	$5\pi^\circ$	0.021 ± 0.006	0.020
6	$3\pi^+ 3\pi^-$	0.140 ± 0.027	0.182
	$2\pi^+ 2\pi^- 2\pi^\circ$	0.690 ± 0.089	0.639
	$\pi^+ \pi^- 4\pi^\circ$	0.163 ± 0.073	0.176
	$6\pi^\circ$	0.007 ± 0.006	0.003
7	$3\pi^+ 3\pi^- \pi^\circ$	0.463 ± 0.075	0.407
	$2\pi^+ 2\pi^- 3\pi^\circ$	0.388 ± 0.115	0.504
	$\pi^+ \pi^- 5\pi^\circ$	0.122 ± 0.085	0.087
	$7\pi^\circ$	0.016 ± 0.008	0.003

(*) Les rapports d'embranchement indiqués dans cette colonne sont ceux prédits par le modèle statistique de Spin Isotopique.

B. Comparaison avec les prédictions du modèle statistique de Spin Isotopique

1. Généralités sur les états finals à Nπ d'isospin 0 et 1

Le système antiproton-proton est du point de vue du spin isotopique I une superposition d'états I = 0 et I = 1. Nous nous restreindrons toujours dans la suite à ces seules valeurs 0 et 1 du spin isotopique. Si l'on veut étudier l'annihilation $\bar{p}p \rightarrow N\pi$, on doit construire une représentation des états à N pions. Seulement, les dimensions de l'espace correspondant augmentent très vite avec N, comme on peut le voir sur le tableau suivant :

Nombre de pions	Dimensions
2	2
3	4
4	9
5	21
6	51
7	127
8	323
9	835
10	2188

Chaque état de base sera défini par un grand nombre de nombres quantiques.

A. Pais (Référence 33) a montré que pour connaître les rapports d'embranchement, trois nombres quantiques (N_1 N_2 N_3) étaient suffisants : il choisit d'abord N_3 ensembles de 3 pions parmi les N et pour chacun d'eux combine les pions pour donner des états d'isospin I = 0 soit : $(\vec{\pi}_1 \wedge \vec{\pi}_2) \cdot \vec{\pi}_3$. Parmi les $N - 3N_3$ pions restants, il choisit $N_2 - N_3$ paires et

les compose pour donner des états I = 1 soit : $\vec{\pi}_1 \wedge \vec{\pi}_2$, Il reste alors $N_1 - N_2$ pions isolés, Bien entendu, il y a de multiples manières de choisir une telle partition $(N_1\ N_2\ N_3)$ du nombre N, qui satisfait les relations :

$$N_1 + N_2 + N_3 = N$$

et (1)

$$N_1 \geqslant N_2 \geqslant N_3 \geqslant O$$

A. Pais démontre que pour une partition $(N_1N_2N_3)$ donnée, il existe des règles simples pour former les produits des fonctions d'onde de Spin Isotopique des pions et pour choisir les combinaisons linéaires appropriées formant une base orthonormée : cette base définit la "classe" $(N_1N_2N_3)$ dont les propriétés sont les suivantes :

. les états qui appartiennent à des classes différentes sont orthogonaux.

. un ensemble complet et orthogonal d'états à N pions est obtenu en considérant la réunion de toutes les classes $(N_1N_2N_3)$, construites à partir des partitions $(N_1N_2N_3)$ qui satisfont à l'équation (1).

. tous les états appartenant à une classe donnée ont les mêmes rapports d'embranchement vis-à-vis des diverses configurations chargées possibles.

Nous avons représenté dans le tableau ci-après les classes, avec les valeurs du spin isotopique, le nombre d'états contenus dans chacune et les rapports d'embranchement pour chaque configuration de charge possible.

Tableau des relations entre les "classes" et les configurations de charge

N^bre total de pions	Classe	Isospin	N^bre d'états dans une classe	Configurations (*) de charge possibles pour $\bar{p}p \to N\pi$ (rapports d'embranchement)			
2 π	(200)	0	1	(002)	(110)		
	(110)	1	1	1/3	2/3		
Modèl. Stat.				0	1		
				1/3	5/3		
3 π	(300)	1	1	(003)	(111)		
	(210)	1	2	3/5	2/5		
	(111)	0	1	0	1		
Modèl. Stat.				0	1		
				3/5	17/5		
4 π	(400)	0	1	(004)	(112)	(220)	
	(310)	1	3	1/5	4/15	8/15	
	(220)	0	2	0	1/5	4/5	
	(211)	1	3	0	2/3	1/3	
Modèl. Stat.				0	1	0	
				1/5	26/5	18/5	
5 π	(500)	1	1	(005)	(113)	(221)	
	(410)	1	4	3/7	12/35	8/35	
	(320)	1	5	0	1/5	4/5	
	(311)	0	6	0	4/5	1/5	
	(221)	1	5	0	1/3	2/3	
Modèle Stat.				0	0	1	
				3/7	50/7	34/7	
6 π	(600)	0	1	(006)	(114)	(222)	(330)
	(510)	1	5	1/7	6/35	8/35	16/35
	(420)	0	9	0	3/35	8/35	24/35
	(411)	1	10	0	4/15	7/15	4/15
	(330)	1	5	0	3/5	2/5	0
	(321)	1	16	0	0	2/5	3/5
	(222)	0	5	0	0	1	0
Modèl. Stat.				0	0	1	0
				1/7	9	228/7	65/7
7 π	(700)	1	1	(007)	(115)	(223)	(331)
	(610)	1	6	1/3	2/7	8/35	16/105
	(520)	1	14	0	3/35	8/35	24/35
	(511)	0	15	0	18/35	13/35	4/35
	(430)	1	14	0	1/5	4/5	8/15
	(421)	1	35	0	0	4/5	1/5
	(331)	0	21	0	0	1/5	4/5
	(322)	1	21	0	0	2/3	1/3
Modèle Stat.				0	0	1	0
				1/3	11	64	155/3

A. Pais remarque ensuite qu'à cause des propriétés de symétrie des permutations, il n'y a pas de termes d'interférence entre des états de classes différentes dans les expressions des sections efficaces. Les rapports d'embranchement peuvent donc s'écrire sous la forme :

$$R^{iij} = \frac{\sum_{\text{classes}} \rho^{iij}_{N_1N_2N_3} \cdot \sigma_{N_1N_2N_3}}{\sum_{\substack{\text{classes} \\ N_1N_2N_3}} \sigma_{N_1N_2N_3}} \qquad (1)$$

où iij symbolise l'état final observé :

$$i\ \pi^+\ i\ \pi^-\ j\ \pi^\circ \quad (i \text{ et } j \text{ entiers} > 0),$$

$N_1\ N_2\ N_3$ les classes de Pais,

$\sigma_{N_1N_2N_3}$ la section efficace correspondant à la classe $(N_1N_2N_3)$

$\rho^{iij}_{N_1N_2N_3}$ le rapport d'embranchement de l'état (i i j) dans la classe $(N_1N_2N_3)$ tel que le tableau de la page nous l'indique.

Un rapport d'embranchement peut donc être considéré comme une combinaison linéaire des rapports d'embranchement de chaque classe avec des coefficients positifs (les sections efficaces). On peut donc aisément obtenir des limites sur ces rapports en n'utilisant que les contraintes du spin isotopique (Référence 34).

Une représentation graphique simple de l'ensemble des rapports d'embranchement d'un système à N pions, comportant n canaux(*) possibles consiste à se placer dans un espace à (n-1) dimensions (car les n rapports ont pour somme l'unité) ; chaque point situé à l'intérieur d'un polyèdre régulier à n faces, représente un tel ensemble de rapports d'embranchement, la distance du point à la énième face étant proportionnelle au rapport d'embranchement du énième canal. C'est ce que nous avons fait dans les figures 28, 29 et 30. Sur ces diagrammes, nous avons indiqué les points représentatifs de chaque classe de Pais ; la formule 1 nous permet d'affirmer que le point physique est le barycentre des points de classe, affectés des poids positifs ou nuls (car ils correspondent aux rapports d'embranchement

$$R_{N_1N_2N_3} = \frac{\sigma_{N_1N_2N_3}}{\sum_{\substack{\text{classes} \\ N_1N_2N_3}} \sigma_{N_1N_2N_3}} \quad) \text{ , donc}$$

ce point physique est situé à l'intérieur du polyèdre convexe dont les sommets sont les points des classes de Pais. Cette région physique est indépendante de tout modèle et ne fait intervenir que les contraintes de la conservation du spin isotopique. On remarquera que, dans une telle représentation, le lieu géométrique des points tels que $\langle n_{\pi^\circ} \rangle$ = Constante, est une droite (un plan si l'on étudie les canaux à 6 pions ou plus). Nous avons dessiné quelques unes de ces droites sur les figures 28 et 30.

(*) n = 2 si N = 2 ($\pi^+\pi^-$ et $2\pi^\circ$)
ou N = 3 ($\pi^+\pi^-\pi^\circ$ et $3\pi^\circ$)

n = 3 si N = 4 ou 5
n = 4 si N = 6 ou 7

On trouvera en Appendice 4 une comparaison entre l'étude classique du système 3π par les coefficients de Clebsch-Gordan et l'étude par la méthode de Pais.

2. Hypothèse du modèle statistique

Dans le modèle statistique de spin isotopique, on suppose que toutes les amplitudes de spin isotopique sont égales et, de plus, que les phases de ces amplitudes sont aléatoires. Autrement dit, la section efficace correspondant à une classe donnée est proportionnelle au nombre d'états contenus dans cette classe. A partir des rapports d'embranchement de chaque classe, on en déduit alors facilement les rapports d'embranchement globaux prédits par le modèle, que nous avons indiqués dans le tableau précédent de la page 155.

3. Comparaison avec les données de cette expérience

Le modèle statistique de Spin Isotopique prédit les rapports d'embranchement pour des états finals avec un nombre total de pions fixé. Le tableau, page 182, permet la comparaison entre les prédictions du modèle et les données de cette expérience. Les rapports d'embranchement des états à trois pions ($3\pi^\circ$, $\pi^+\pi^-\pi^\circ$) sont assez bien décrits par ce modèle. Si le nombre de pions est plus grand, nous utiliserons la représentation graphique décrite plus haut :

- si le nombre total de pions est 4 ou 5, nous avons trois états possibles, nous pouvons donc utiliser une représentation triangulaire (voir figure 28). Nous avons dessiné sur ces figures les points correspondant aux rapports d'embranchement des "Classes" de Pais, ainsi que la région physique due à la conservation du spin isotopique.

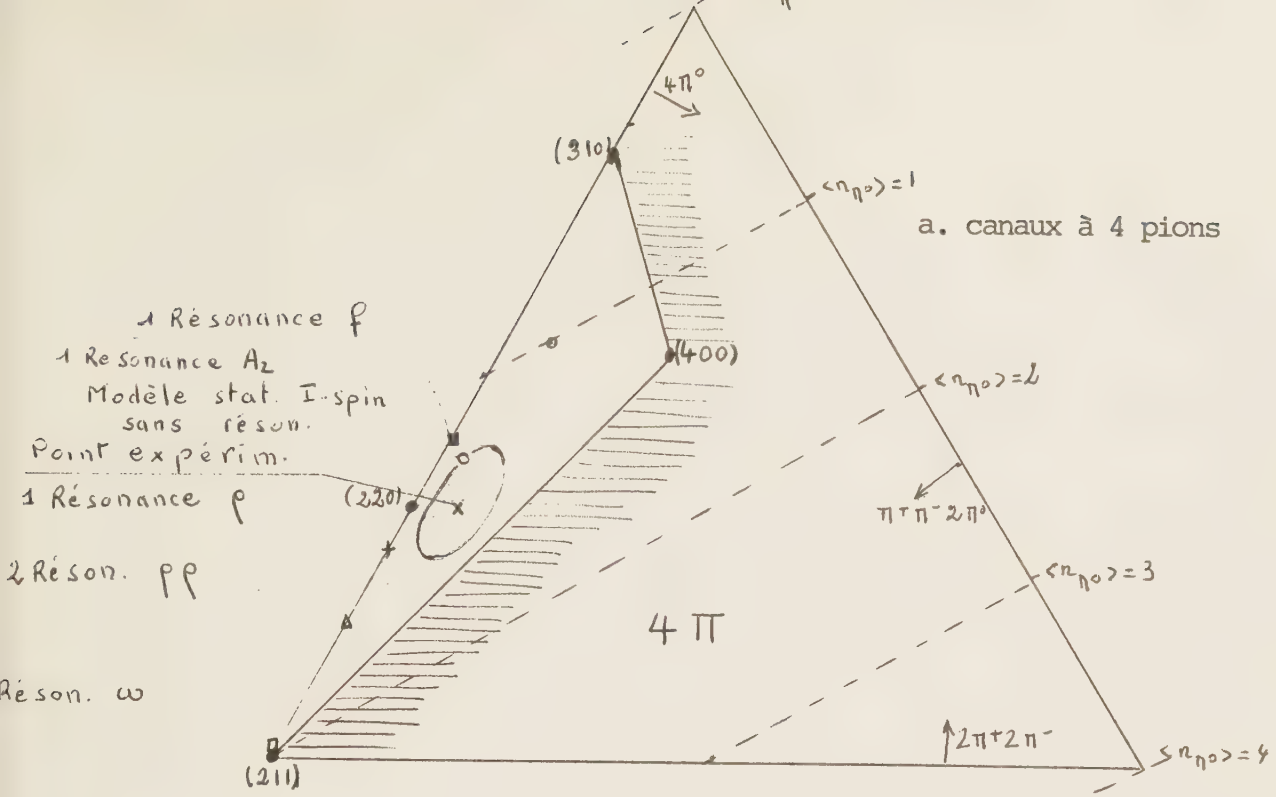
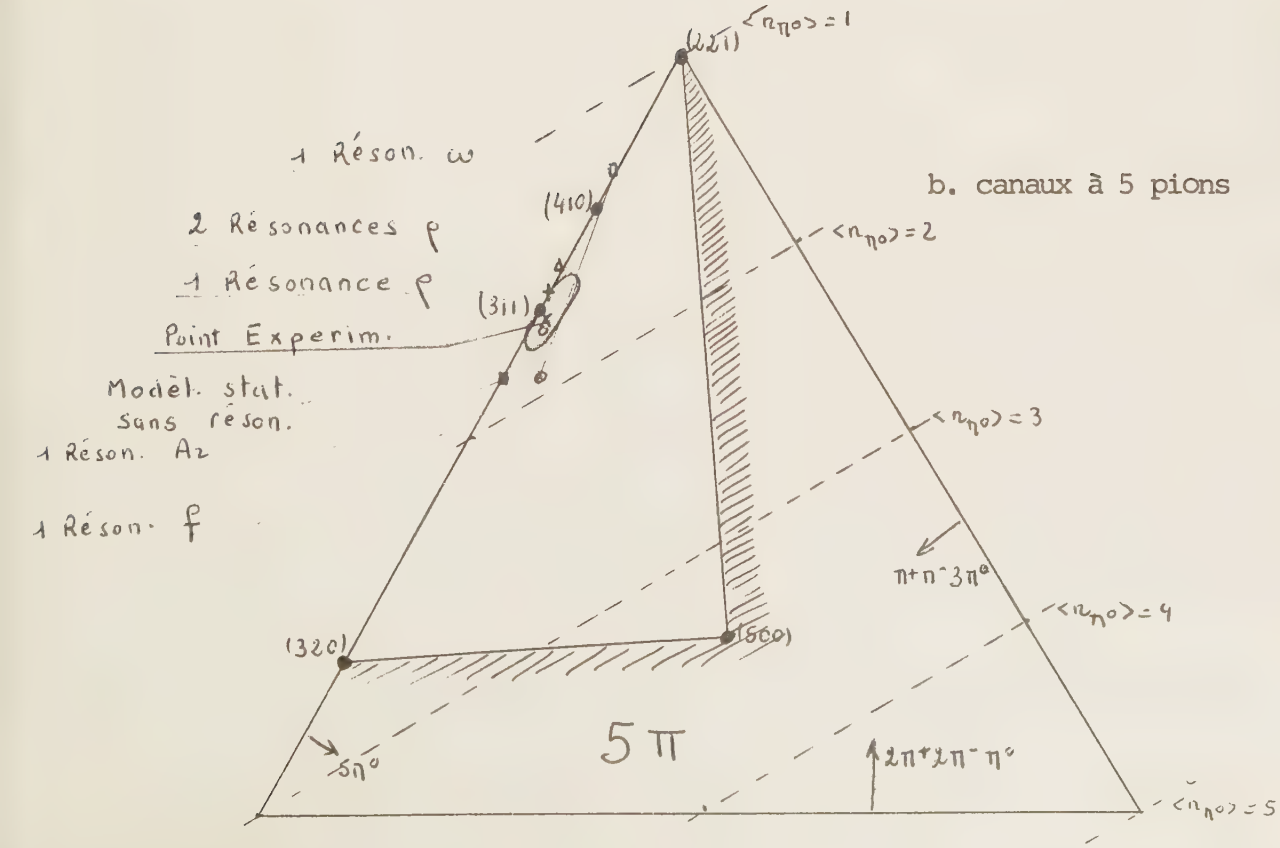


Figure 28.- Représentation triangulaire des rapports d'embranchement



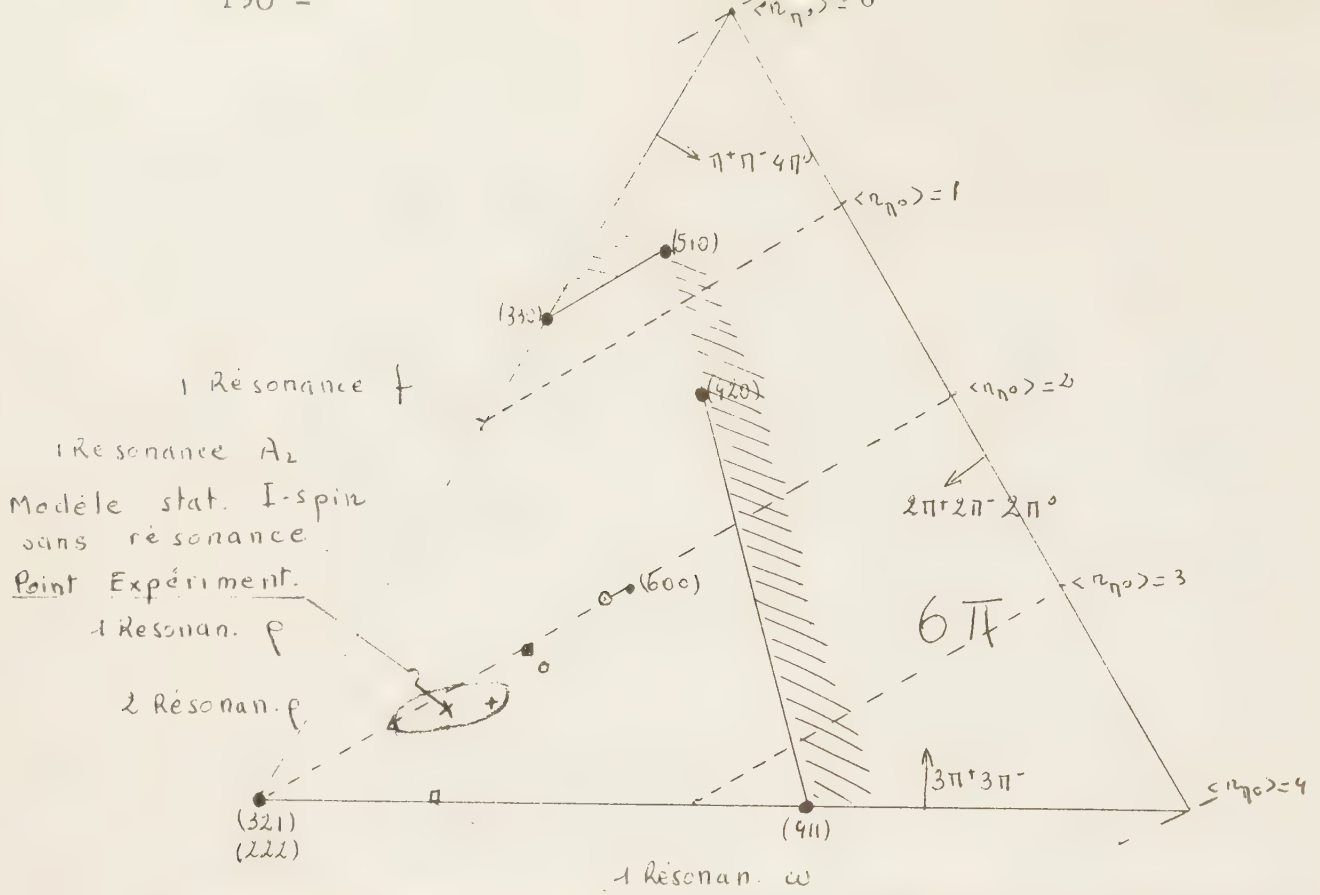


Figure 29.- Projection sur $\rho_{6\pi^0} = 0$ de la représentation tétraédrale des rapports d'embranchement des canaux à 6 pions.

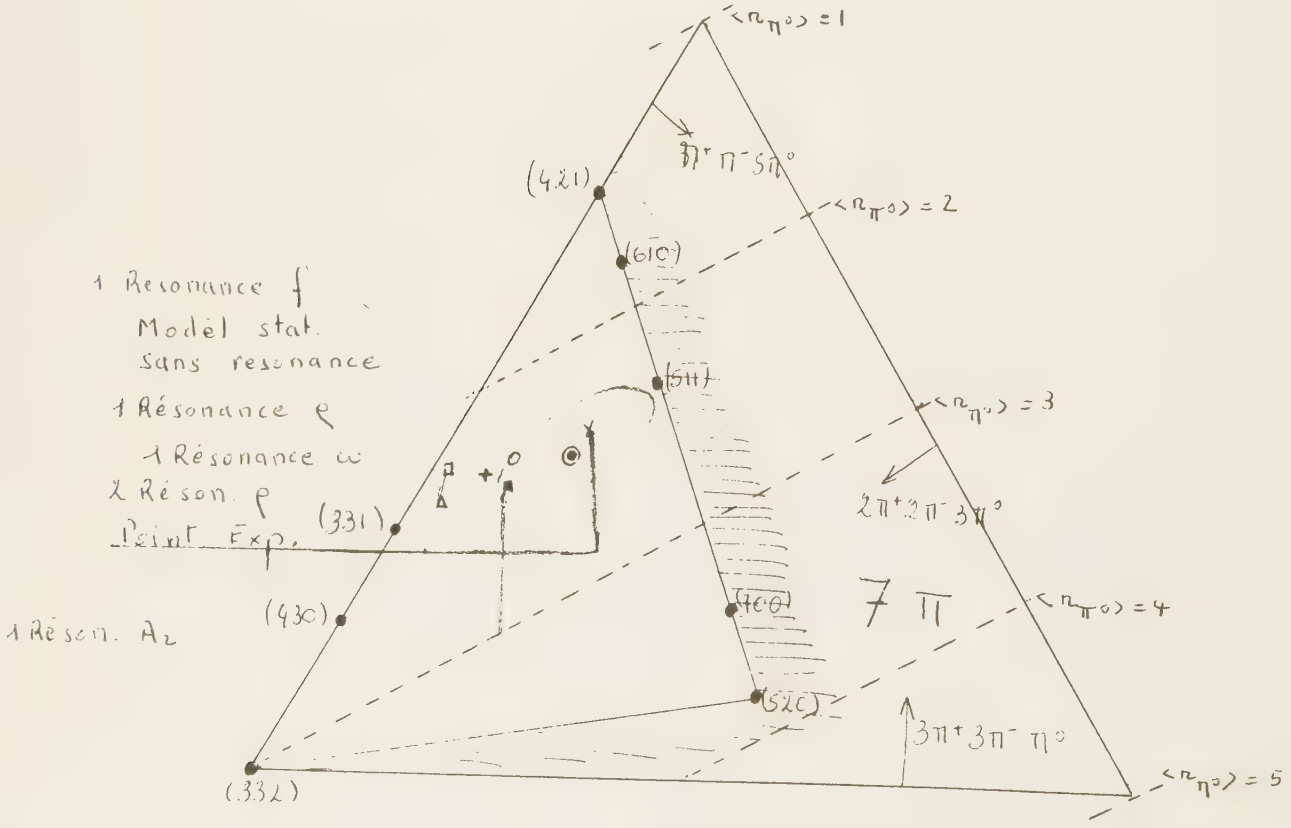


Figure 30.- Projection sur $\rho_{7\pi^0} = 0$ de la représentation tétraédrale des rapports d'embranchement des canaux à 7 pions.

Nous avons indiqué notre point expérimental, son erreur, et le point correspondant au modèle statistique d'Isospin. Remarquons que ce modèle est très satisfaisant pour les états à 5π et prédit par contre un peu trop de $2\pi^+ 2\pi^-$ par rapport aux autres états à 4π, c'est-à-dire sous-estime le nombre de π° dans les 4 pions.

- si le nombre total de pions est 6 ou 7, nous avons 4 états possibles et nous devrions utiliser une représentation tétraèdrale. Cependant le taux des $6\pi^\circ$, ou des $7\pi^\circ$ étant très faible, avec de plus une incertitude grande, nous pouvons nous borner à considérer les états avec des pions chargés, c'est-à-dire projeter le tétraèdre sur le plan $\rho_{6\pi^\circ} = 0$ ou $\rho_{7\pi^\circ} = 0$ (voir figures 29 et 30). L'effet signalé plus haut, à savoir la sous-estimation par le modèle statistique d'isospin des états multineutres n'est pas véritablement sensible dans un canal particulier, sauf peut-être dans le canal à 4 pions, encore que la prédiction du modèle soit à un écart-standart, du résultat expérimental. Rappelons que nous avions globalement trouvé un excès de π° par rapport aux pions chargés, qui est donc confirmé par cette étude des canaux séparés.

Une autre manière de comparer nos résultats expérimentaux avec les prédictions du modèle statistique consiste à étudier des rapports d'embranchement dans une topologie chargée donnée. Dans ce but nous utiliserons les sections efficaces des canaux à 0 et 1 π° déterminées par les expériences en chambre à bulles à hydrogène (Références 25 et 26), et citées page 168. A partir de ces données, et utilisant les prédictions du modèle pour un nombre de pions fixé, nous en déduirons les sections efficaces, et par conséquent les rapports d'embranchement pour une topologie chargée déterminée. Ces calculs ont été résumés dans le tableau ci-dessous. La figure 31 représente les divers résultats, comparés aux données de cette expérience. On remarquera que l'accord est relativement bon pour les "2 Branches" et les "6 Branches" ;

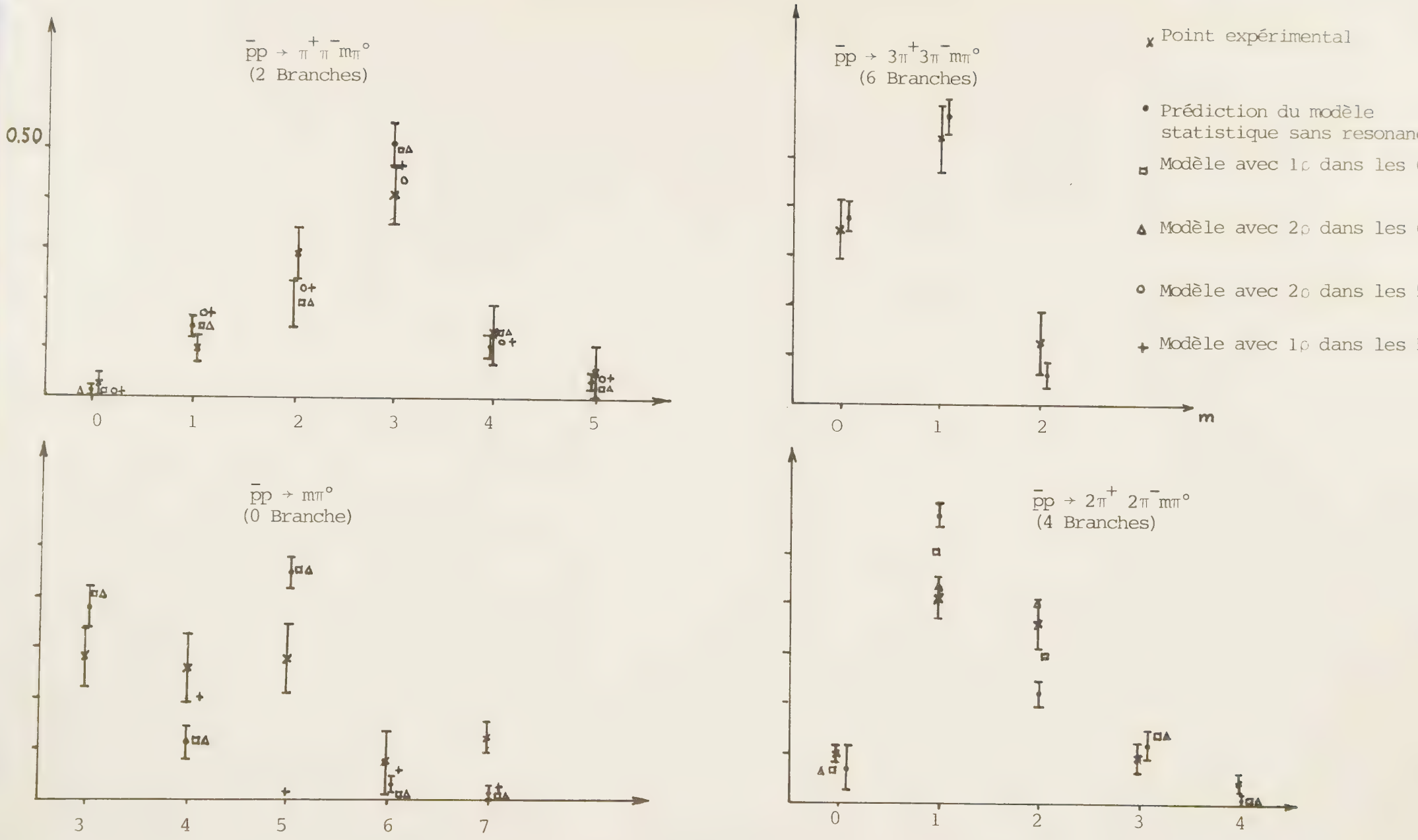


Figure 31.- Rapports d'embranchement des canaux multineutres pour chaque configuration chargée.

pour les événements sans pion chargé ("0 Branche") il est encore difficile de conclure à cause des erreurs. Par contre pour les "4 Branches" (événements du type $\bar{p}p \rightarrow 2\pi^+2\pi^- + k\pi^\circ$) on voit parfaitement que le modèle statistique privilégie les événements à $1\pi^\circ$, par rapport aux événements à $2\pi^\circ$.

Rapports d'embranchement pour chaque topologie chargée dans le modèle Statistique d'Isospin

N^bre total de pions	0 Branches	2 Branches	4 Branches	6 Branches	8 Branches
2π	$2\pi^\circ$	$\pi^+\pi^-$			
	0.024 ± 0.006	0.12 ± 0.03			
1.	0.167 3.4%	0.833 1.1%			
3π	$3\pi^\circ$	$\pi^+\pi^-\pi^\circ$			
	0.28 ± 0.05	1.58 ± 0.25			
1	0.150 37.8%	0.850 14.7%			
4π	$4\pi^\circ$	$\pi^+\pi^-2\pi^\circ$	$2\pi^+2\pi^-$		
	0.08 ± 0.02	2.02 ± 0.43	1.40 ± 0.30		
1.	0.022 10.8%	0.578 18.8%	0.400 7.7%		
5π	$5\pi^\circ$	$\pi^+\pi^-3\pi^\circ$	$2\pi^+2\pi^-\pi^\circ$		
	0.33 ± 0.03	5.53 ± 0.55	10.4 ± 1.0		
1.	0.020 44.6%	0.341 51.4%	0.639 57.1%		
6π	$6\pi^\circ$	$\pi^+\pi^-4\pi^\circ$	$2\pi^+2\pi^-2\pi^\circ$	$3\pi^+3\pi^-$	
	0.018 ± 0.002	1.12 ± 0.10	4.07 ± 0.35	1.16 ± 0.10	
1	0.003 2.4%	0.176 10.4%	0.639 22.4%	0.182 37.2%	
7π	$7\pi^\circ$	$\pi^+\pi^-5\pi^\circ$	$2\pi^+2\pi^-3\pi^\circ$	$3\pi^+3\pi^-\pi^\circ$	
	0.012 ± 0.002	0.38 ± 0.05	2.23 ± 0.31	1.80 ± 0.25	
1.	0.003 1.6%	0.087 3.5%	0.504 12.8%	0.407 57.7%	
8π	$8\pi^\circ$	$\pi^+\pi^-6\pi^\circ$	$2\pi^+2\pi^-4\pi^\circ$	$3\pi^+3\pi^-2\pi^\circ$	$4\pi^+4\pi^-$
	0.000	0.012 ± 0.005	0.11 ± 0.04	0.16 ± 0.07	0.025 ± 0.010
1.	0.000 0.0%	0.040 0.1%	0.343 0.6%	0.535 5.1%	0.082 100%
Section Efficace Topologique	0.74 ± 0.06 100%	10.76 ± 0.75 100%	18.21 ± 1.14 100%	3.12 ± 0.28 100%	0.025 ± 0.010 100%
Rapport nBr./4Br.	(4.1 ± 0.4) %	(59.1 ± 5.9) %	100 %	(17.1 ± 2.0) %	0.1 %

A partir des rapports d'embranchement calculés de cette manière on peut estimer les valeurs des paramètres inclusifs : $\langle n_- \rangle$, $\langle n_o \rangle$, et le nombre moyen de π°, pour chaque topologie chargées. Nous avons indiqué dans le tableau ci-dessous les résultats obtenus :

		$\langle n_- \rangle$	f_2^{--}	$\langle n_o \rangle$	$f_2^{-\circ}$
Valeur expériment.		1.72±0.02	-1.25 ± 0.04	1.96±0.05	-054±0.03
Valeur prédite		1.71±0.02	-1.28±0.07	1.79±0.03	-0.48±0.02
n_-		0	1	2	3
$\langle n^\circ \rangle^{(*)}_{n_-}$	Exp.	4.49±0.07	2.77±0.10	1.57±0.05	0.77±0.08
	Mod.	4.16±0.08	2.61±0.05	1.36±0.03	0.68±0.04
$(f_2^{\circ\circ})_{n_-}$	Exp.	-2.85±0.16	-1.44±0.26	-0.70±0.09	-0.35±0.08
	Mod.	-3.14±0.11	-1.65±0.09	-0.65±0.02	-0.36±0.05

(*) valeurs indiquées sur la figure 27.

Nous remarquerons que si l'accord avec les données expérimentales est satisfaisant pour $\langle n_- \rangle$ et f_2^{--}, le modèle statistique d'isospin sous-estime nettement la production des pions neutres ; nous avons en effet obtenu :

	Valeur expérimentale	Prédiction
$\langle n_o \rangle / \langle n_- \rangle$	1.14 ± 0.03	1.05 ± 0.02

4 . Introduction de résonances

Nous avons jusqu'à présent considéré dans ce modèle, que les pions étaient produits directement. Devant les désaccords entre les prédictions du modèle statistique d'Isospin et les données expérimentales, nous sommes tentés de supposer que ces pions sont produits par l'intermédiaire d'états résonnants instables (ρ, ω, f, A_2).

Nous devons étudier des états finals de la forme :

$$\begin{cases} \bar{p}p \rightarrow m\pi \\ \bar{p}p \rightarrow R_1 + (m-k)\pi \\ \qquad\quad \hookrightarrow k\pi \\ \bar{p}p \rightarrow R_1 + R_2 + (m-k-k')\pi \\ \qquad\quad \downarrow \quad\; \downarrow \\ \qquad\quad k\pi \quad k'\pi \end{cases}$$

Par une méthode classique (Appendice 5), on obtient aisément les rapports d'embranchement relatifs à un état final d'un des trois types rappelés ci-dessus. Le tableau de la page 196 donne ces rapports (Référence 35). Les points correspondants ont été dessinés sur les figures 28 à 30 , pour les canaux à 4, 5, 6 et 7 pions.

L'effet de la présence de résonances peut en premier lieu être testé sur les diagrammes des rapports d'embranchement (Figures 28, 29 et 30), où l'on a figuré les points représentant dans le modèle statistique de Spin Isotopique, les canaux comportant une ou deux de ces résonances. Un modèle statistique raffiné où chacun de ces canaux contribue avec un certain poids prédit un point physique situé à l'intérieur du polygone convexe dont les sommets sont (ou qui éventuellement englobe) :

. les points représentant les canaux avec résonances

. le point représentant le modèle statistique sans résonance,

Cette zone est représentée hachurée sur les figures 28, 29 et 30. On constate que, excepté les cas des 3 et 5 pions, où d'ailleurs l'accord avec le modèle statistique de Spin Isotopique sans résonance était déjà satisfaisant, les points expérimentaux restent environ à un écart-type de cette zone.

On peut aussi regarder les prédictions d'un modèle statistique de spin isotopique avec des résonances sur les distributions de multiplicité en π° pour un nombre de pions chargés donné, en prenant comme données

Rapports d'embranchement d'états
multipions prédits par le modèle statistique de
Spin Isotopique

Colonne 1 : modèle sans résonance
2 : modèle avec 1 ρ : $\bar{p}p \rightarrow (N-2)\pi+\rho$
3 : modèle avec 1 ω : $\bar{p}p \rightarrow (N-3)\pi+\omega$
4 : modèle avec 2 ρ : $\bar{p}p \rightarrow (N-4)\pi+2\rho$
5 : modèle avec 1 f : $\bar{p}p \rightarrow (N-2)\pi+f$
6 : modèle avec 1 A_2 : $\bar{p}p \rightarrow (N-3)\pi+A_2$

Nbre de π total	Configuration de charge + 0 −	1	2	3	4	5	6
4	2 0 2	0 400	0 283		0 167	0 555	0 417
	1 2 1	0 578	0 717	1 000	0 833	0 389	0 583
	0 4 0	0 022				0 055	
5	2 1 2	0 639	0 689	0 833	0 717	0 567	0 567
	-1 3 -1	0 340	0 311	0 167	0 283	0 383	0 433
	0 5 0	0 020				0 050	
6	3 0 3	0 182	0 128		0 096	0 267	0 200
	2 2 2	0 639	0 716	0 350	0 807	0 519	0 633
	1 4 1	0 176	0 156	0 150	0 096	0 207	0 167
	0 6 0	0 003				0 007	
7	3 1 3	0 407	0 395	0 400	0 350	0 426	0 384
	2 3 2	0 504	0 543	0 577	0 603	0 439	0 524
	1 5 1	0 087	0 062	0 022	0 034	0 126	0 088
	0 7 0	0 003				0 007	

supplémentaires de normalisation les résultats des expériences en chambres à bulles à hydrogène sur les canaux à 0 et 1 π° (Références 25 et 26) ; ces derniers entachent d'ailleurs la prédiction "théorique" d'une certaine erreur. La figure 31 montre par exemple l'effet de l'introduction d'un ρ, ou de deux ρ dans les canaux à 5π et 6π, qui améliore un peu l'accord avec nos résultats ; on peut remarquer par exemple que dans la topologie la plus fréquente, c'est-à-dire celle à quatre pions chargés, le modèle à 2ρ dans les 6π prédit $\langle n_{\pi^\circ} \rangle_{4Br} = 1.55 \pm 0.04$, valeur compatible à la valeur expérimentale : $\langle n_{\pi^\circ} \rangle_{4Br\ exp.} = 1.57 \pm 0.05$.

En conclusion, nous noterons que l'introduction de résonances dans le modèle statistique de spin isotopique est un moyen d'approcher la réalité des états finals de l'annihilation antiproton-proton ; néanmoins cette étude des différent canaux de ces états finals ne nous a pas réellement permis de détecter d'où pouvait provenir l'excès de pions neutres mesuré à l'aide des paramètres inclusifs. Il semble que cet effet glo ne soit pas dû à un canal particulier, mais à une contribution très fine de tous les canaux.

C. Comparaison avec les prédictions du modèle de Bootstrap Statistique

Le modèle de Bootstrap statistique a été formulé pour la première fois par R. Hagedorn (Référence 39), puis il a été développé par S. Frautschi (Référence 40). Une formulation récente, ainsi que son application aux annihilations $\bar{N}N$, a été faite par C. Hamer (Référence 41).
Ce modèle est un modèle statistique, c'est-à-dire que la probabilité d'apparition d'une configuration est proportionnelle au nombre d'états conduisant à cette configuration ; en pratique il s'agit d'une densité d'états, incluant l'espace de phase et des facteurs que nous allons préciser.

Ce modèle est, de plus, un modèle de Bootstrap, car il suppose les hadrons composés de nombreux constituants, qui ne sont autres que les hadrons eux-mêmes enfermés dans un puits de potentiel de volume V ; ces constituants sont supposés sans interaction entre eux ; on remplace les interactions fortes par les conditions de confinement dans le volume V.
Si $\rho(m_i)$ est la probabilité d'apparition d'un hadron de masse m_i, le hadron composé de masse M aura une probabilité d'apparition donnée par la formule :

$$(2) \qquad P = \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{V}{h^3}\right)^{n-1} \frac{1}{n!} \prod_{i=1}^{n} \int dm_i \, \rho(m_i) \int d^3p_i \, \delta\left(\sum_{i=1}^{n} E_i - M\right) \delta^3\left(\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i\right)$$

Dans cette expression, la dernière intégrale représente l'espace de phase, le hadron étant constitué de n particules de masses $m_1, m_2, \ldots, m_n$; les intégrales sur les masses m_i et la somme sur n représentent toutes les configurations en hadrons constituants avec leurs poids appropriés, $\rho(m_i)$ étant la densité

de probabilité d'apparition d'un hadron de masse m_i ; le terme 1/n! est le facteur de Maxwell-Boltzmann habituel (les particules constituantes étant supposées toutes différentes), et les n-1 facteurs v/h^3 sont les facteurs de normalisation relatif à l'espace de phase à n particules, compte-tenu du volume limité du puits de potentiel.

Dans un "bootstrap" idéal la quantité (2) ne doit être autre que $\rho(M)$, densité de probabilité d'apparition du hadron de masse M ; en réalité ceci n'est pas possible strictement quelle que soit la masse M, mais on peut l'obtenir pour M élevé (spectre continu de résonances). Il existe d'ailleurs plusieurs versions du modèle de Bootstrap Statistique suivant les hypothèses que l'on fait sur la relation entre les $\rho(m_i)$ et $\rho(M)$ (Références 41 et 42).

En pratique, on introduit dans le membre de droite de l'équation (2), une fonction ρ de départ fournie par le spectre expérimental à basse masse (N. Barash-Schmidt et al., Phys. Letters, 33B, n°1 (1970)), et on procède ensuite par itérations pour obtenir le spectre (donc la densité ρ) à des masses plus élevées.

L'application à l'annihilation $\bar{p}p$ suppose que le système $\bar{p}p$ est une combinaison de hadrons dans un puits de potentiel de volume V, et que chaque type d'état final -correspondant à une combinaison donnée de hadrons- est produit avec un taux proportionnel à l'espace de phase occupé par ces hadrons dans le volume V ; de plus aucune distinction n'est faite entre les particules stables (π et K) et les états résonnants instables.

La désintégration finale des hadrons produits est déterminée par le modèle statistique de spin isotopique.

Le modèle de bootstrap statistique prédit alors :

- la distribution de la multiplicité totale en pions
- les rapports d'embranchement pour un nombre total de pions fixé. Par rapport au modèle

statistique de spin isotopique, on tient compte non seulement de quelques résonances de basse masse, mais de tout le spectre de résonances de mésons, et de plus le poids affecté à chaque résonance peut être calculé.

Malheureusement, les seules prédictions publiées aujourd'hui considèrent des antiprotons à l'arrêt. Nous ne pouvons donc pas comparer les prédictions de la distribution de la multiplicité totale en pions avec les données expérimentales, car elles varient rapidement avec l'énergie. De plus, les rapports d'embranchement, qui eux ne varient pas beaucoup entre l'arrêt et notre énergie, ne sont jamais explicités dans la littérature en fonction du nombre de pions neutres ; ceci limite l'intérêt d'une comparaison entre nos données et les prédictions publiées.

L'examen des tableaux de comparaison fournis par la littérature montre que ce modèle est assez satisfaisant pour les rapports d'embranchement topologiques, mais que dans les "4 Branches" ($\bar{p}p \to 2\pi^+ 2\pi^- + m\pi^\circ$), il sous-estime la production des pions neutres. C. Hamer suggère que cette sous-estimation de la production des pions neutres par le modèle pourrait être due à des effets de la statistique de Bose, non pris en considération ici.

D. Comparaison avec d'autres interactions produisant des pions

Il est par ailleurs intéressant de comparer nos données avec d'autres types d'annihilations produisant des pions.

a. Annihilations avec $\bar{p}$ virtuels

Considérons les réactions du type : $K^- p \to \Lambda^\circ +$ pions dans la région de fragmentation du faisceau ($u > -1$ (GeV)^2 d'après la référence 37) ; on s'attend à la contribution du graphe d'échange baryonique suivant :

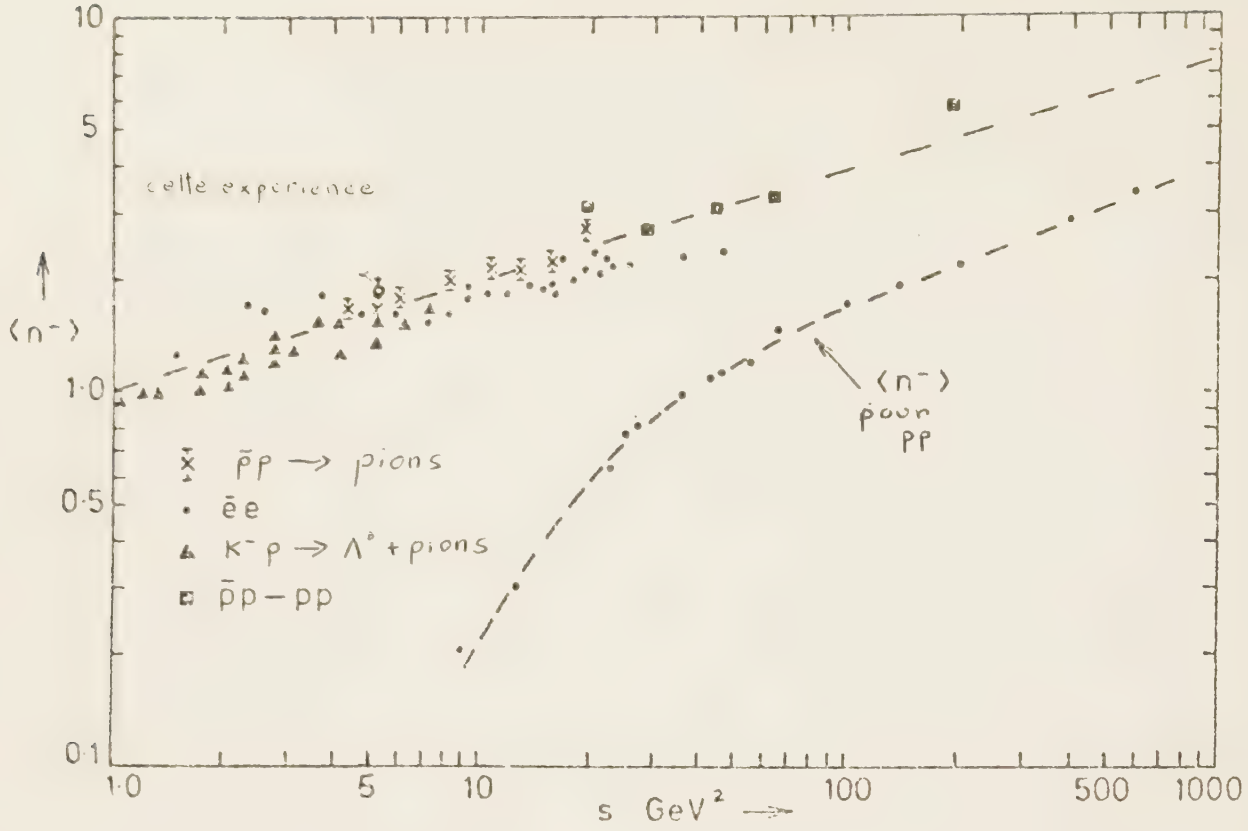


Figure 32.- Variation du nombre moyen de π^- en fonction de l'énergie.

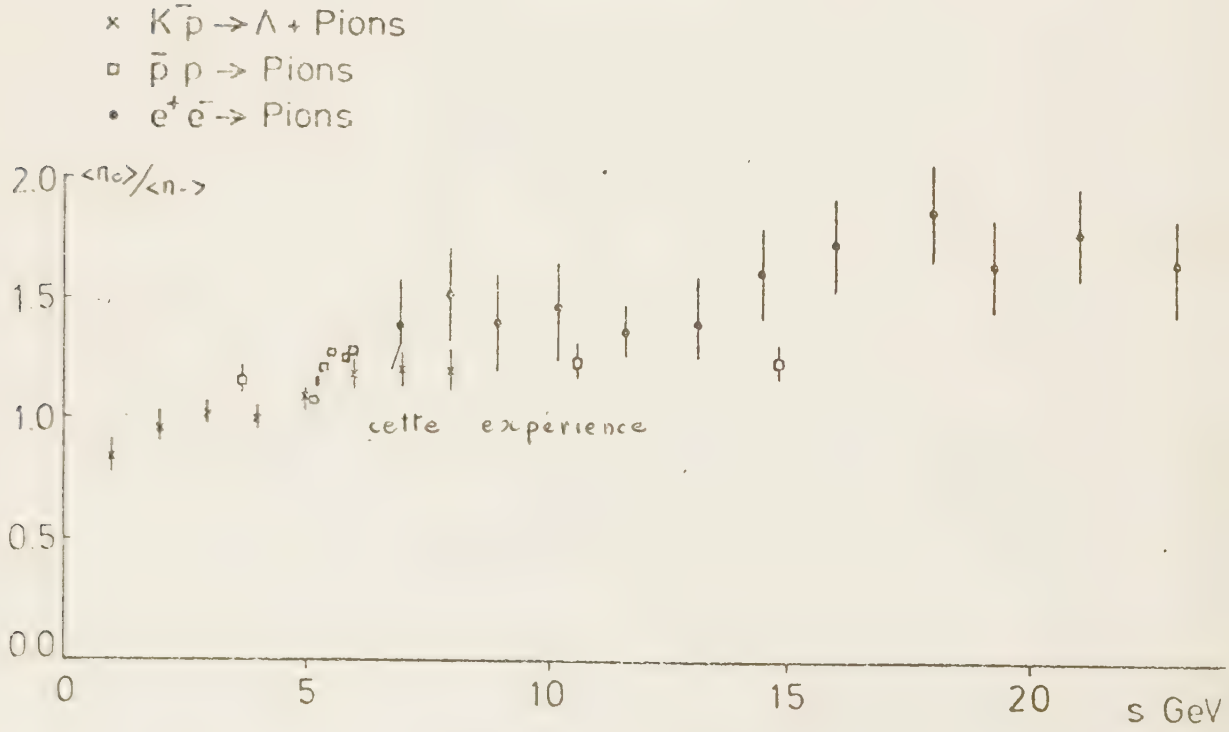
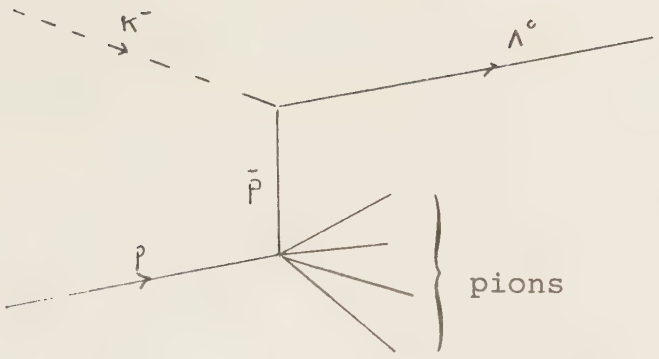


Figure 34.- Variation du rapport $\langle n_o \rangle / \langle n_- \rangle$ en fonction de s.



ce qui permet d'obtenir des "annihilations $\bar{p}_{virtuel}$ p à des valeurs de $\sqrt{s}$ inférieures au seuil (2 x Masse du proton = 1.88 GeV)

On peut comparer les paramètres inclusifs de l'ensemble des pions à ceux de l'annihilation $\bar{p}p$ (Figures 32 et 33). La cohérence entre les deux ensembles de données est remarquable.

b. Annihilations électron-positron

Sur le plan de la dynamique, les deux réactions ($\bar{p}p \rightarrow$ pions, et $e^+e^- \rightarrow$ pions) sont a priori fondamentalement différentes (Référence 43). Si nous voulons comparer les deux types d'annihilation, nous devons commencer par en souligner les différences ; les nombres quantiques des états initiaux sont :

. pour $e^+e^- \rightarrow$ pions, que l'on peut schématiser par le graphe

$J^{PC} = 1^{--}$ quelle que soit l'énergie du centre de masse $\sqrt{s}$,

. pour $\bar{p}p \rightarrow$ pions : à l'arrêt nous avons une superposition d'états 0^{-+} et 1^{--} ; tandis que pour $s > 4M_p^2$,

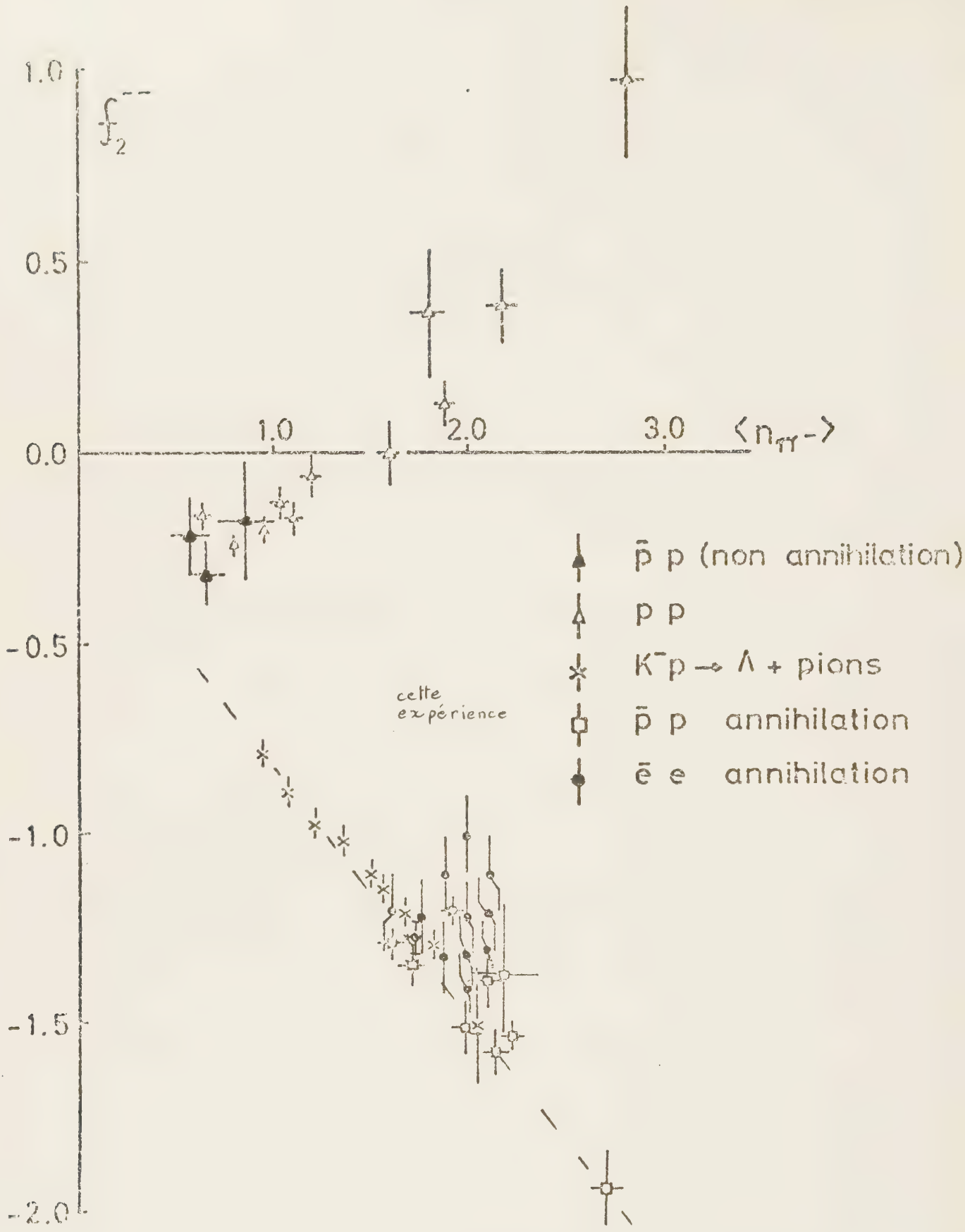


Figure 33.- Relation entre f_2^{--} et $\langle n_{\pi^-} \rangle$

nous avons une somme d'états de moment angulaire $j > 0$, plus ou moins simple.

Malgré toutes ces différences, on observe une similitude de comportement des paramètres inclusifs pour des valeurs de s identiques (Référence 36). Les figures 32 et 33 présentent respectivement la variation du nombre moyen de π^- en fonction de s, et la relation entre f_2^{--} et $\langle n_- \rangle$ pour les annihilations $\bar{p}p$, e^+e^-, ainsi que pour la réaction $K^-p \to \Lambda^\circ$ + pions. La figure 34 représente le rapport $\langle n_\circ \rangle / \langle n_- \rangle$ pour chacune de ces réactions. Sur chacune de ces figures nous avons indiqué le point correspondant à cette expérience. On notera que l'accord entre toutes ces données est très bon ; une interprétation possible de ces similitudes, au moins dans cette zone d'énergie consiste à supposer que dans le processus de l'annihilation l'espace de phase joue un rôle dominant par rapport à la dynamique (Référence 44). Ceci nous renvoie alors à des modèles statistiques du type de ceux que nous avons présenté aux paragraphes B et C.

E. Conclusion

Cette expérience, utilisant la chambre à bulles à liquide lourd Gargamelle, nous a permis de mesurer les divers rapports d'embranchement des états finals multineutres de l'annihilation $\bar{p}p$ à 1.6 GeV/c, ainsi que les paramètres inclusifs relatifs aux distributions de multiplicité des pions chargés et neutres. Nous avons esquissé une comparaison de nos données expérimentales avec les prédictions de modèles statistiques, d'une part, et avec les paramètres inclusifs d'autres systèmes de pions (produits par l'annihilation e^+e^- ou l'interaction $K^-p \to \Lambda$ + pions dans la région de fragmentation du faisceau) d'autre part. Le modèle statistique de spin isotopique sous-estime les canaux avec plus d'un pion neutre, et ne rend pas compte de l'excès du nombre moyen de π° par rapport au nombre moyen de π^-. L'introduction d'états résonnants dans ce modèle permet un meilleur accord de la plupart des

rapports d'embranchement prédits avec les données expérimentales sans être tout à fait satisfaisant. La similitude des distributions de multiplicités des annihilations $\bar{p}p$ et e^+e^- suggère cependant que la description de ces phénomènes par des modèles ne faisant pas intervenir la dynamique profonde de la réaction est raisonnable ; la prise en considération des effets de la statistique de Bose serait vraisemblablement une amélioration souhaitable du modèle de "Bootstrap" statistique.

CONCLUSION

-:-:-:-

Pour terminer ce travail, nous voudrions souligner la complexité de cette expérience due à la haute multiplicité en γ des événements intéressants d'une part, et à la nécessité de séparer les interactions ayant eu lieu sur proton libre de celles sur proton lié d'autre part. Nous avons vu comment un tel travail a été mené à bien et nous a fourni les rapports d'embranchement des canaux multineutres dans l'annihilation $\bar{p}p \rightarrow$ pions, à l'impulsion de 1.6 GeV/c. Ces études devraient être poursuivies à d'autres énergies. Elles sont en effet nécessaires pour comprendre le processus de l'annihilation $\bar{p}p$ et pour tester la validité de modèles théoriques du type de ceux que nous avons cités (modèle statistique de spin isotopique, modèle de bootstrap" statistique). Une telle étude pourra être améliorée et simplifiée par l'utilisation conjointe d'une grande chambre à bulles telle que BEBC remplie d'un mélange d'Hydrogène-Néon assurant une bonne détection des gammas, et d'une cible détendue à hydrogène ("Track Sensitive Target") qui supprimera ainsi les difficultés dues à la présence d'interactions sur nucléons liés.

APPENDICE I

Calcul de la densité de probabilité dans l'hypothèse des γ manquants

-:-:-:-:-

Avec les notations définies page 121, la densité* de probabilité P_2 est donnée par la formule :

$$P_2(a_i, b_j) = \int \prod_{i=1}^{n_v} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\sigma_i} \, e^{-1/2 \frac{(u_i - a_i)^2}{\sigma_i^2}} \right]$$

$$\cdot \prod_{j=1}^{n_T} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\tau_j} \, e^{-1/2 \frac{(v_j - b_j)^2}{\tau_j}} \right]$$

$$\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\Delta\lambda} \, e^{-1/2 \left(\frac{\lambda - \bar{\lambda}}{\Delta\lambda}\right)^2}$$

$$\cdot \delta \left[\sum_{i=1}^{2\alpha} p_i + \sum_{j=1}^{n_T} \overline{e_j} - E \right]$$

$$du_1 \, du_2 \ldots du_{n_v} \, dv_1 \ldots dv_{n_T} \, d\lambda$$

(*) Nous ne redéfinissons pas ici les notations qui sont celles utilisées au Chapitre 6.

La contrainte, exprimée par la fonction δ, peut se mettre sous la forme :

$$(1 + e^{\lambda}) \sum_{i=1}^{n_v} p_i + \sum_{j=1}^{n_T} e_j = E \qquad (1)$$

Enfin une estimation des valeurs vraies mesurées par les a_i et b_j nous sera donnée par la minimisation de la quantité :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n_v} \left(\frac{u_i - a_i}{\sigma_i} \right)^2 + \sum_{j=1}^{n_t} \left(\frac{v_j - b_j}{\tau_j} \right)^2 + \left(\frac{\lambda - \bar{\lambda}}{\Delta\lambda} \right)^2$$

avec la contrainte (1).

La difficulté principale est la non linéarité de la contrainte. Afin de simplifier le problème, nous linéarisons la contrainte, en se plaçant au voisinage des valeurs finales ($\hat{u}_i$, $\hat{v}_j$ et $\hat{\lambda}$). Pratiquement cela revient à supposer que les valeurs mesurées sont une bonne approximation des valeurs finales, et nous prenons ces valeurs comme point de départ de la méthode d'approximations successives.

Si

$$\left.\begin{aligned} u_i &= \hat{u}_i + x_i \\ v_j &= \hat{v}_j + y_j \\ \text{et} \quad \lambda &= \hat{\lambda} + \delta \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

la contrainte devient :

$$\hat{S}\, e^{\hat{\lambda}} + (1 + e^{\hat{\lambda}}) \sum_{i=1}^{n_v} \hat{p}_i\, x_i - \sum_{j=1}^{n_t} \frac{\hat{p}_j^3\, y_j}{\hat{e}_j} = 0 \qquad (1')$$

avec

$$\hat{S} = \sum_{i=1}^{n_v} e^{\hat{u}_i} = \sum_{i=1}^{n_v} \hat{p}_i$$

de même le χ^2 s'écrit :

$$\chi^2 = \hat{\chi}^2 + \sum_{i=1}^{n_v} \frac{x_i}{\sigma_i^2} + \sum_{j=1}^{n_t} \frac{y_j^2}{\tau_j^2} + \frac{\delta^2}{\Delta\lambda^2}$$

Le problème devient alors un problème classique de minimisation par moindres carrés avec une contrainte linéaire. Il suffit de résoudre le système linéaire :

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial x_i} = 0 \qquad i = 1, n_v$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial y_j} = 0 \qquad j = 1, n_T$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \delta} = 0$$

avec la contrainte (1') par la méthode des multiplicateurs de Lagrange.
Ainsi que nous l'avions dit plus haut, nous utilisions ensuite la nouvelle valeur des u_i, v_j et λ pour une nouvelle détermination. Pour les événements correctement mesurés la méthode convergeait.

Si l'on effectue le même changement de variables (3) dans l'intégrale donnant P_2, nous obtenons :

$$P_2\ (a_i,\ b_j) = e^{-\frac{\chi^2}{2}} \int \prod_{i=1}^{n_v} \left[\frac{e^{-x_i^2/2\sigma_i^2}}{\sigma_i\ \sqrt{2\pi}}\right] \prod_{j=1}^{n_t} \left[\frac{e^{-y_j^2/2\tau_j^2}}{\tau_j\ \sqrt{2\pi}}\right]$$

$$\cdot\ \frac{e^{-\delta^2/2\Delta\lambda^2}}{\sqrt{2\pi}\ .\ \Delta\lambda} \prod_{ij} dx_i\ dy_j\ d\delta\ .\ \delta\ \text{(contrainte)}$$

Avec le nouveau changement de variable

$$x_i = \xi_i \sigma_i,\quad y_j = \zeta_j\ \tau_i$$

$$\text{et} \quad \delta = \varepsilon \Delta\lambda$$

nous obtenons en explicitant la contrainte :

$$P_2\ (a_i,\ b_j) = e^{-\frac{\hat{\chi}^2}{2}} \int \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right]^{n_v + n_t + 1} e^{-\frac{1}{2}(\Sigma\xi_i^2 + \sum_j \zeta_j^2 + \varepsilon^2)}$$

$$\cdot\ \delta \left[\sum_{i=1}^{n_v} \xi_i\ \sigma_i\ \hat{p}_i(1 + e^{\hat{\lambda}}) + \sum_{j=1}^{n_t} \zeta_j\ \tau_j\ \hat{p}_j^3 \cdot \frac{1}{\hat{e}_j} + e^{\hat{\lambda}}\ \hat{S}\ \varepsilon\ \Delta\ \lambda\right]$$

$$\cdot \prod_{i=1}^{n_v} d\xi_i \prod_{j=1}^{n_t} d\xi_j\ d\varepsilon$$

Cette intégrale s'intègre classiquement et donne ;

$$P_2(a_i,b_j) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\hat{\chi}/2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n_v}\sigma_i^2 p_i^2(1+e^{\hat{\lambda}})^2 + \sum_{j=1}^{n_t}\tau_j^2 \frac{P_j^6}{\hat{e}_j^2} + \hat{S}\Delta\lambda^2 e^{2\hat{\lambda}}}}$$

Soit en introduisant

$$\hat{C} = \sum_j \hat{e}_j = E - \hat{S}(1+e^{\hat{\lambda}}),$$

nous obtenons la formule :

$$P_2(a_i,b_j) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\hat{\chi}^2/2}}{\sqrt{(E-\hat{C}-\hat{S})^2\Delta\lambda^2 + \sum_{i=1}^{n_v}\sigma_i^2 \hat{p}_i^2 (\frac{E-\hat{C}}{\hat{S}})^2 + \sum_{j=1}^{n_t}\tau_j^2 \frac{\hat{p}_j^6}{\hat{e}_j^2}}}$$

que nous reproduisons dans le texte page 122 .

APPENDICE II

Calcul de $P^{(2)}$ lorsqu'il n'y a pas de gammas manquants

-:-:-:-

Nous avons la contrainte :

$$\sum_{i=1}^{n_v} p_i + \sum_{j=1}^{n_T} e_j = E \text{ avec } 2\alpha = n_v \qquad (1)$$

et la densité de probabilité $P^{(2)}$ est donnée par une formule identique à la formule de l'Appendice 1 page 207 , sans le terme faisant intervenir λ.

En minimisant la variable

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n_v} \left(\frac{u_i - a_i}{\sigma_i} \right)^2 + \sum_{j=1}^{n_T} \left(\frac{v_j - b_j}{\tau_j} \right)^2$$

avec la contrainte (1), nous obtiendrons les valeurs estimées $\hat{u}_i$ et $\hat{v}_j$.

La méthode est identique à celle de l'Appendice 1 (linéarisation de la contrainte au voisinage d'une valeur et approximations successives). Avec les changements de variables identiques à ceux de l'Appendice 1, on obtient par intégration :

$$P^{(2)}(a_i, b_j) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\hat{\chi}^2/2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n_V} \sigma_i^2 \hat{p}_i^2 + \sum_{j=1}^{n_T} \tau_j^2 \frac{\hat{p}_j^6}{\hat{e}_j^2}}}$$

APPENDICE III

Correction de la matrice des erreurs obtenue par un fit par maximum de vraisemblance dépendant de paramètres, pour tenir compte des erreurs sur ces paramètres.

-:-:-

Soit une fonction de vraisemblance L dépendant du paramètre λ, et des valeurs a_i à ajuster. Soit $\{\lambda_o, a_i^o, i = 1,n\}$ les valeurs correspondant au maximum absolu de la fonction L, obtenues en calculant les maxima relatifs pour des valeurs fixées de λ. Si nous considérons la surface Log L, nous pouvons, au voisinage du point (a_i^o, λ_o^o) la développer suivant une quadrique :

$$\text{Log } L = -\frac{1}{2} (X^T C X + 2E^T x\ z + \alpha z^2)$$

avec

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad \text{si } x_i = a_i - a_i^o$$

$$z = \lambda - \lambda_o$$

C matrice des covariances au point $(a_i^o\ ;\ \lambda_o^o)$. Le vecteur E et la constante α restant à définir.

Puisque nous cherchons la matrice d'erreurs modifiée le domaine correspondant dans l'espace des $\{x_i, z\}$

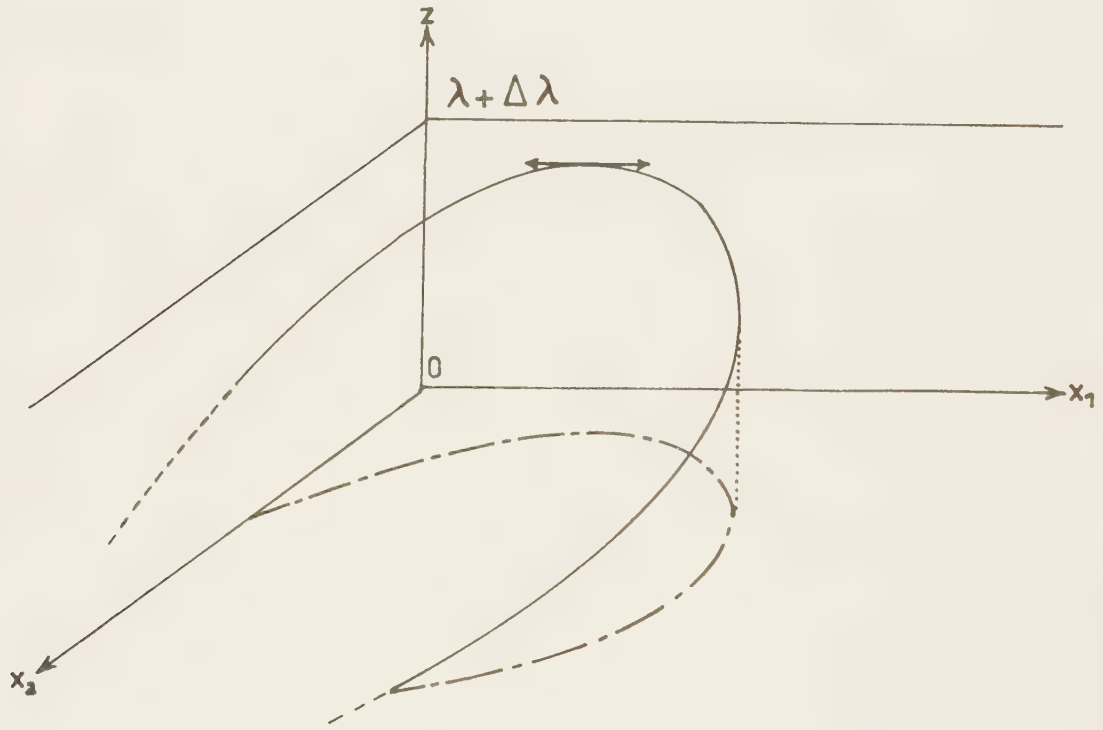
est celui défini par l'équation

$$\text{Log } (L) = -\frac{1}{2}$$

donc celui enveloppé par la quadrique :

$$X^T C X + 2E^T Xz + \alpha z^2 = 1$$

Puisque nous voulons la matrice des erreurs sur les variables x_i, nous devons chercherle contour apparent de la quadrique ci-dessus dans l'espace des x_i (voir figure).



L'erreur $\Delta\lambda$ sur λ est donnée par les plans tangents "horizontaux" (parallèles à l'espace des $\{x_i\}$) pour $\text{Log } (L_{max})-\frac{1}{2}$.

Supposons que l'on dispose des valeurs fittées des variables a ; pour les valeurs $\lambda \pm \Delta\lambda$ du paramètre : $a_i^{\pm}$ et posons

$$\delta_i = a_i^+ - a_i^\circ = a_i^\circ - a_i^- \qquad \delta = \begin{Bmatrix} \delta \\ \\ \delta_n \end{Bmatrix}$$

Si l'on coupe la quadrique par le plan $z = \Delta\lambda$, la conique obtenue :

$$X^T C X + 2E^T X \Delta\lambda + \alpha\Delta\lambda^2 - 1 = 0$$

doit être dégénérée, donc :

$$\text{dét} \left| \begin{array}{c|c} C & \Delta\lambda E \\ \hline \Delta\lambda E^T & \alpha\Delta\lambda^2 - 1 \end{array} \right| = 0$$

d'où l'on tire en développant par rapport à la dernière ligne :

$$\alpha = E^T C^{-1} E + \frac{1}{\Delta\lambda^2}$$

Le point de tangence du plan $z = \Delta\lambda$ est le centre de la conique dégénérée ; donc :

$$X_\circ^T C + E\Delta\lambda = 0$$

Si $(X_\circ, \Delta\lambda)$ sont les coordonnées de ce point, comme par définition $X_\circ = \delta$, nous obtenons l'équation de la quadrique en fonction de $\Delta\lambda$, et δ :

$$X^T C X - 2 \frac{\delta^T C}{\Delta\delta} X z + \frac{1 + \delta^T C \delta}{\Delta\lambda^2} z^2 = 1$$

Le contour apparent est défini par des plans tangents parallèles à $O\vec{z}$, donc son équation s'obtient en écrivant que l'équation de la quadrique a une racine double dans la variable z, ce qui donne :

$$X^T \left[C - \frac{C(\delta\delta^T)C}{1 + \delta^T C\ \delta} \right] X = 1$$

d'où l'on tire la nouvelle matrice des covariances

$$\Gamma = C - \frac{C(\delta\delta^T)C}{1 + \delta^T\ C\ \delta}$$

APPENDICE IV

Etude du système 3π du point de vue du spin isotopique

-:-:-:-

Etude classique à l'aide des coefficients de Clebsch-Gordan

Nous voulons ici étudier l'annihilation $\bar{p}p \to 3\pi$, c'est-à-dire calculer la section efficace $\sigma(\bar{p}p \to 3\pi)$. Nous devons donc étudier les systèmes de 3 pions. Supposons que nous numérotions π_1, π_2 et π_3 les trois pions ; ils peuvent chacun prendre trois charges possibles (+, - et O) et donc former sept états neutres :

et
- 6 états : $\pi_i^+ \ \pi_j^- \ \pi_k^\circ$
- 1 état : $\pi_1^\circ \ \pi_2^\circ \ \pi_3^\circ$

Une possible représentation d'un système de trois pions consiste en l'utilisation d'états de la forme $|I, I_{12}>$ où I_{12} est le spin isotopique du système $\pi_1 \ \pi_2$ et I le spin isotopique total. La table des coefficients de Clebsch-Gordan nous permet de passer des états (I, I_{12}) aux états $|\pi_1 \ \pi_2 \ \pi_3>$ et inversement :

I	I_{12}	$\pi_1^+ \pi_2^- \pi_3^0$	$\pi_1^0 \pi_2^+ \pi_3^-$	$\pi_1^- \pi_2^0 \pi_3^+$	$\pi_1^- \pi_2^+ \pi_3^0$	$\pi_1^0 \pi_2^- \pi_3^+$	$\pi_1^+ \pi_2^0 \pi_3^-$	$\pi_1^0 \pi_2^0 \pi_3^0$
0	0	$1/\sqrt{6}$	$1/\sqrt{6}$	$1/\sqrt{6}$	$-1/\sqrt{6}$	$-1/\sqrt{6}$	$-1/\sqrt{6}$	0
1	0	$1/\sqrt{3}$	0	0	$1/\sqrt{3}$	0	0	$1/\sqrt{3}$
1	1	0	$-1/2$	$1/2$	0	$-1/2$	$1/2$	0
1	2	$-1/\sqrt{15}$	$\sqrt{3}/2\sqrt{5}$	$\sqrt{3}/2\sqrt{5}$	$-1/\sqrt{15}$	$\sqrt{3}/2\sqrt{5}$	$\sqrt{3}/2\sqrt{5}$	$2/\sqrt{15}$
2	1	$-1/\sqrt{3}$	$1/2\sqrt{3}$	$1/2\sqrt{3}$	$-1/\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	0
2	2	0	$-1/2$	$1/2$	0	$1/2$	$-1/2$	0
3	2	$1/\sqrt{10}$	$1/\sqrt{10}$	$1/\sqrt{10}$	$1/\sqrt{10}$	$1/\sqrt{10}$	$1/\sqrt{10}$	$-2/\sqrt{10}$

Remarquons que seuls nous intéressent les états

$$|0,0\rangle \quad \text{et} \quad |1,0\rangle, \ |1,1\rangle \ \text{et} \ |1,2\rangle$$

puisque $|\bar{p}p\rangle$ est une superposition d'états de spin isotopique 0 et 1 seulement. De plus on voit facilement que les trois états I = 1, sont linéairement indépendants. Soient $a_{I,I12}(E_1, E_2, E_3)$ l'amplitude relative à l'état $|I,I_{12}\rangle$ et

$$A_{I,I_{12}} = \int_{\text{espace de phase}} |a_{I,I_{12}}(E_1\ E_2\ E_3)|^2 \, dE_1\, dE_2\, dE_3$$

la section efficace correspondant à

$$\bar{p}p \to \pi\ \pi\ \pi \quad \text{dans l'état } (I,\ I_{12}).$$

Le tableau ci-dessus nous permet facilement de calculer les sections efficaces $\sigma_o = \sigma(\bar{p}p \to 3\pi^o)$ et $\sigma_c = \sigma(\bar{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^o)$ en fonction des amplitudes de spin isotopique. Par exemple

$$\sigma_o = \frac{1}{3}\ A_{10} + \frac{2}{15}\ A_{12}, \text{ que l'on peut exprimer}$$

différemment en utilisant l'état :

$$|1,S\rangle = \frac{3}{\sqrt{15}}\ |\pi_1^o\ \pi_2^o\ \pi_3^o\rangle + \frac{3}{\sqrt{15}}\ \left(\sum_{ijk} |\ \pi_i^+\ \pi_j^-\ \pi_k^o\rangle\right) = \frac{\sqrt{5}}{3}\ |1,0\rangle + \frac{3}{2}|1,2\rangle$$

purement de spin isotopique 1 et totalement symétrique. Soit a_{1S} l'amplitude correspondante :

$$a_{1S} = \frac{\sqrt{5}}{3}\ a_{10} + \frac{2}{3}\ a_{12},$$

soit en reportant dans σ_o :

$$\boxed{\sigma_o = \frac{3}{10}\ A_{1S}}$$

De la même façon on obtient :

$$\boxed{\sigma_c = \frac{1}{2}\ (A_{oo} + A_{11} + A_{10} + A_{12} - \frac{3}{5}\ A_{1S})}$$

Remarquons que dans cette analyse classique d'un état à trois pions, nous avons supprimé les termes d'interférences en utilisant l'état complètement symétrique.

Si toutes les amplitudes de spin isotopique sont égales, comme dans le modèle statistique d'Isospin, nous aurons :

$$\sigma_o = \frac{3}{10} A$$

$$\sigma_c = \frac{17}{10} A$$

d'où les rapports d'embranchement prédits :

$$\pi^+\pi^-\pi^\circ \quad : \quad \frac{17}{20}$$

$$3\pi^\circ \quad : \quad \frac{3}{20}$$

Etude à l'aide de la méthode de Pais :

Les partitions de l'ensemble 3π sont les suivantes :

300 avec 1 état possible
210 avec 2 états possibles
111 avec 1 état

dont seule la dernière est d'isospin 0. L'état correspondant à la classe (111) est identique à l'état $|0,0>$ précédant. L'état de la classe (300) est celui d'isospin total 1, et entièrement symétrique que nous avions remarqué :

$$|1,S> = \left(\frac{1}{\sqrt{15}}, \frac{1}{\sqrt{15}}, \frac{1}{\sqrt{15}}, \frac{1}{\sqrt{15}}, \frac{1}{\sqrt{15}}, \frac{1}{\sqrt{15}}, \frac{3}{\sqrt{15}}\right)$$

Restent à choisir deux états de la classe (210), linéairement indépendants et orthogonaux aux deux autres ; soit :

$$|1,1> = (0, -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0) = |\alpha>$$

et

$$(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{2\sqrt{3}}, \frac{1}{2\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{2\sqrt{3}}, \frac{1}{2\sqrt{3}}, 0) = |\beta>$$

Si A_S, A_o, A_α et A_β sont les sections efficaces correspondantes, on obtiendra :

$$\sigma_o = \frac{3}{5} A_S$$

et

$$\sigma_c = A_o + A_\beta + A_\alpha + \frac{2}{5} A_S$$

A partir de ces sections efficaces, on obtient directement les rapports d'embranchement correspondant aux classes de Pais :

	Classe de Pais	$\pi^+\pi^-\pi^\circ$	$3\pi^\circ$
0	(111)	1	0
(α, β)	(210)	1	0
S	(300)	2/5	3/5

On voit d'autre part que les sections efficaces, ou les rapports d'embranchement, sont des combinaisons linéaires des rapports d'embranchement de chaque classe, avec pour coefficient la section efficace correspondant à cette classe. On voit qu'il n'y a ici que des coefficients positifs, on peut donc imposer facilement des limites aux sections efficaces.

Dans le modèle statistique d'isospin, toutes les amplitudes sont égales, ce qui donne alors :

$$\sigma_o = \frac{3}{5} A \qquad \sigma_c = \frac{17}{5} A$$

On retrouve bien les résultats précédents.

APPENDICE V

Modèle Statistique avec des Résonances

-:-:-:-

Si dans les états finals à 4π, on suppose qu'il y a une résonance ρ, on est alors amené à étudier les états finals $\pi\pi\rho$, c'est-à-dire du point de vue du spin isotopique, à des états identiques à $\pi\ \pi\ \pi$.

Reprenant les notations de l'Appendice 4, on voit que la contribution des états $\pi\pi\rho$ à $2\pi^+\ 2\pi^-$ sera :

$$|\ \pi_1^+\ \pi_2^-\ \ \rho^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}\ |0,0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}\ \ |1,0\rangle - \frac{1}{\sqrt{15}}\ |1,2\rangle$$

et

$$|\ \pi_1^-\ \pi_2^+\ \rho^\circ\rangle = -\frac{1}{\sqrt{6}}\ |0,0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}\ |1,0\rangle - \frac{1}{\sqrt{15}}\ |1,2\rangle,$$

avec $\rho^\circ \to \pi^+\pi^-$.

de même les cinq états qui contribuent à $\pi^+\pi^-\ 2\pi^\circ$ sont :

$$|\ \pi_1^\circ\ \pi_2^+\ \rho^-\rangle \hookrightarrow \pi^-\ \pi^\circ$$

$$|\ \pi_1^\circ\ \pi_2^-\ \rho^+\rangle \hookrightarrow \pi^+\ \pi^\circ$$

$$|\ \pi_1^+\ \pi_2^\circ\ \rho^-\rangle \hookrightarrow \pi^-\ \pi^\circ$$

$$|\ \pi_1^-\ \pi_2^\circ\ \rho^+\rangle \hookrightarrow \pi^+\ \pi^\circ$$

$$|\ \pi_1^\circ\ \pi_2^\circ\ \rho^\circ\rangle \hookrightarrow \pi^+\pi^-$$

Remarquons qu'il n'y a pas de contribution possible à l'état $4\pi^\circ$.

Pour l'état $2\pi^+ \quad 2\pi^-$ utilisant la table de coefficients de Clebsch-Gordan de l'Appendice 4, nous obtenons les amplitudes :

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{6}}\, a_{oo} + \dfrac{1}{\sqrt{3}}\, a_{1o} - \dfrac{1}{\sqrt{15}}\, a_{12} \\ \\ -\dfrac{1}{\sqrt{6}}\, a_{oo} + \dfrac{1}{\sqrt{3}}\, a_{1o} - \dfrac{1}{\sqrt{15}}\, a_{12} \end{cases}$$

et pour $\pi^+\pi^- \; 2\pi^\circ$:

$$\frac{1}{\sqrt{6}}\, a_{oo} - \frac{1}{2}\, a_{11} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}\, a_{12}$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}}\, a_{oo} + \frac{1}{2}\, a_{11} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}\, a_{12}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{6}}\, a_{oo} - \frac{1}{2}\, a_{11} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{5}}\, a_{12}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{6}}\, a_{oo} + \frac{1}{2}\, a_{11} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}\, a_{12}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\, a_{1o} + \frac{2}{\sqrt{15}}\, a_{12}$$

On obtient alors :

$$\sigma(2\pi^+ 2\pi^-) = \frac{1}{3} A_{oo} + \frac{2}{3} A_{1o} + \frac{2}{15} A_{12}$$

$$- \frac{2}{3\sqrt{5}} \int_{\text{espace de phase}} \text{Re} \; a^*_{1o} \; a_{12}$$

et

$$\sigma(\pi^+\pi^- 2\pi^\circ) = \frac{2}{3} A_{oo} + \frac{1}{3} A_{1o} + A_{11} + \frac{13}{15} A_{12}$$

$$+ \frac{2}{3\sqrt{5}} \int \text{Re} \; a^*_{1o} \; a_{12}$$

Le modèle statistique d'Isospin suppose l'égalité des amplitudes et la nullité des termes d'interférence, ce qui donne :

$$\sigma(2\pi^+ 2\pi^-) = \frac{17}{15} A$$

$$\sigma(\pi^+\pi^- 2\pi^\circ) = \frac{43}{15} A$$

soit les rapports d'embranchement :

$$2\pi^+ 2\pi^- \quad \frac{17}{60} = 0,283$$

et

$$\pi^+\pi^- 2\pi^\circ \quad \frac{43}{60} = 0,717$$

Cette méthode peut se généraliser à tout état du type : (Résonance + Pions).

REFERENCES

1. J.F. Grivaz - Thèse de Doctorat d'Etat, Université Paris-Sud - Centre d'Orsay - LAL 1277 (1975)

2. E. Lillestøl, "Study of neutrals systems". Proceedings of the meeting on future experiments with Gargamelle. (Londres 1971) - CERN, TCC/71-31.

3. G.R. Lynch et al, Phys. Rev. 131, 1287 (1963).

4. M. Barranco. "Gargamelle User's Handbook Chamber /811 et Chamber /813.

5. H.I. Sletten. "Gargamelle User's Handbook - Chamber /832

6. D. Morellet et M. Aderholz. Gargamelle User's Handbook Analysis /310 et 311.

7. J. Colas. Thèse de Doctorat d'Etat. Université Paris-Sud. Centre d'Orsay. L.A.L. /271 (1973).

8. J.M. Maugain et R. Grüb. Gargamelle User's Handbook. Chamber/111.

9. International Colloquium on Bubble Chambers (Heidelberg) CERN 67-26.

10. L. Jauneau et D. Morellet. Notions de statistique et applications in Proceedings of the 1964 Easter School for Physicists (Herceg-Novi, Yougoslavie) CERN 64-13.

11. P. Madrolle. Thèse de Doctorat 3ème Cycle. Université Paris-Sud, Centre d'Orsay (1975).

12. B. Degrange et V. Brisson. "On line analysis of Gargamelle photographs at Ecole Polytechnique" (1970).

13. B. Degrange et J. Raguet. "Third European Seminar on real time programming. ISPRA (Italy - 1973).

14. L. Behr. Thèse de Doctorat d'Etat. Université de Paris (1965).

15. C. Pascaud et D. Morellet, LAL 1227 (1970).

16. a. F. Jacquet, R. Morano et J.P. Pharabod. Rapport Interne à l'Ecole Polytechnique - XLLO2 (1972).

b. L.B.C.G., CERN Program Library.

17. L. Behr et P. Mittner. Nuclear Instruments and Methods, 20, 448 (1963).

18. P. Van Quaethem. Thèse de Doctorat 3ème Cycle. Université de Paris VI (1972).

19. F. James. FØWL, a general Monte-Carlo phase-space program - CERN Program library W505.

20. L. Rosenson, Angular distributions of $\bar{p}p \to \pi^\circ\pi^\circ$ and $pp \to \pi^\circ\eta^\circ$ at 1.752 GeV/c, in Proceedings of the Symposium on Antinucleon-Nucleon Interactions (Liblice-Prague) CERN 74-18.

21. a. Fickinger et al. Nuovo Cimento 32, 18, (1964).

b. Certer et al. Phys. Rev. 168, 1457 (1968).

22. a. V. Chaloupka et al. Review of Particle Properties, Phys. Lett., 50B (1974)

b. J.E. Enstrom et al. $\bar{N}N$ and $\bar{N}D$ interactions. A compilation ; LBL-58 (1972).

23. B. Degrange. Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Paris (1969).

24. E. Bracci et al., Compilation of differential cross-sections π induced reactions, CERN/HERA 75-2.

25. G.R. Lynch et al, Phys. Rev. 131, 1276 (1963).

26. N.H. Xuong et al, Phys. Rev. 128, 1849 (1962).

27. T. Ferbel et al., Phys. Rev., 143,1096 (1966).

28. C. Baltay et al., Phys. Rev., 145, 1103 (1966).

29. F. Cerulus, Suppl. Nuovo Cimento, 15, 402 (1960).

30. H. Muirhead, Gross Features of the nucleon-antinucleon annihilation process in Proceedings of the Symposium on nucleon-antinucleon annihilations (Chexbres, Suisse) CERN 72-10.

31. S. Devons et al., Phys. Lett. 47B, 271 (1973).

32. M. Le Bellac, "Distribution de multiplicité"- Ecole d'Eté de Physique des Particules (Gif-sur-Yvette 1973).

33. A. Pais, Annals of Physics, 9, 548, (1960).

34. Ch. Llewellyn-Smith et A. Pais, Phys. Rev. D, 6, 2625, (1972).

35. J. Vandermeulen, "Models for Nucleon-Antinucleon Annihilations" in Proceedings of the Symposium on Nucleon-Antinucleon Annihilations (Chexbres, Suisse) CERN 72-10.

36. H. Muirhead, "Do $\bar{e}e$ annihilation to hadrons really look like $\bar{p}p$ annihilations ?"in Proceedings of the International Symposium on $\bar{p}p$ interactions (Loma-Koli, Finland) 1975.

37. S. Nilsson, "Study of the fragmentation $p \xrightarrow{K^-} \Lambda^\circ$ and $K^- \xrightarrow{P} \Lambda^\circ$ at 4.2 GeV/c",in Proceedings of the Symposium on Antinucleon-Nucleon Interactions (Liblice-Prague) CERN 74-18.

38. L. Montanet, "Antiprotons Reactions" in Proceedings of the Lund International Conference on Elementary Particles (1969).

39. R. Hagedorn, Nuovo Cimento Suppl. 3, 147 (1965).

40. S. Frautschi, Phys. Rev. D3, 2821 (1971).

41. C. Hamer "The Statistical Bootstrap Model". Thèse du California Institute of Technology, Pasadena, California.

On pourra se reporter aussi à l'article suivant du même auteur : Nuovo Cimento 12A,162 (1972).

42. J. Ranft "Applications of the Statistical Bootstrap Model to $\bar{N}N$ Annihilation at rest", in Proceedings of the Internatio Symposium on $p\bar{p}$-interactions (Loma-Koli, Finland, 1975).

On trouvera une étude exhaustive des diverses versions du modèle de Bootstrap statistique dans la référence ci-dessus, ainsi que dans :

H.J. Möhring et al.,Nuclear Phys. B85, 221 (1975).

43. H.R. Rubinstein. Conférence présentée aux IXème Rencontres de Moriond, 3-15 Mars 1974.

44. W.S. Lam et al. Physics Letters, 50B, 453 (1974).

45. Particle Data Group : πN Two-body scattering Data I (LBL-63).

REMERCIEMENTS
-:-:-:-:-

Que soient ici remerciés tous ceux qui m'ont permis de mener à bien ce travail.

Et en premier lieu, Monsieur le Professeur L. Leprince-Ringuet pour l'accueil qu'il m'a réservé dans son laboratoire. Que soit aussi remercié Monsieur le Professeur B.P. Grégory pour la confiance qu'il a bien voulu me témoigner. Mes remerciements vont aussi à Monsieur P. Fleury pour l'intérêt qu'il a pris à ce travail et les encouragements qu'il m'a apporté.

Ma profonde gratitude va ensuite à Monsieur le Professeur A. Rousset, qui m'a accueilli dans son groupe.

Que soit remerciés Madame V. Brisson qui a su par son enthousiasme m'intégrer dans son équipe, et Monsieur P. Petiau dont les conseils au début de mon travail dans ce groupe, m'ont sans cesse guidé et soutenu.

Que soit aussi remercié U. Nguyen Khac pour ses conseils et sa gentillesse ; de plus il a bien voulu relire le manuscrit de ce travail et ses remarques m'ont été précieuses, qu'il en soit remercié.

Je ne voudrais pas oublier de remercier F. Jacquet pour sa participation à l'élaboration de l'expérience et ses conseils tout au long de ce travail.

Je remercie Monsieur le Professeur A. Krzywicki pour les conseils et l'aide qu'il a bien voulu me donner pour l'analyse théorique des résultats.

Mes remerciements les plus chaleureux vont vers B. Degrange, qui tout au long de ce travail a accepté de me former, de me guider et dont l'enthousiasme m'a constamment stimulé. Sans lui ce travail n'aurait pas été aussi formateur pour moi. Ses conseils et son aide ont permis que ce travail soit mené à bien. Encore une fois, je tiens à lui exprimer ma profonde gratitude. Je ne saurais oublier de remercier tous les physiciens du groupe, ceux de Bergen, du CERN et de Strasbourg pour leur collaboration amicale et efficace.

J.P. Pharabod et R. Morano ont assumé la lourde charge des programmes de reconstruction géométrique et de gestion de l'expérience, je les en remercie.

Ma gratitude va ensuite aux membres du personnel du CERN, qui ont brillament assuré la réalisation technique de l'expérience.

A.M. Gaillac, M. Valeix et C. Roy ont assuré la gestion du dépouillement et de la mesure des photographies, je leur exprime ma reconnaissance, ansi qu'à tous ceux qui ont assuré leur dépouillement.

Que soient remerciés M.F. Leveau, qui a dactylographié ce travail avec soin, J. Doublet, qui a dessiné les figures, P. Joliclercq qui a mis tout son talent pour rendre lisibles les photographies d'évènements.

Ce travail a été possible grâce à l'allocation que m'a attribué le Centre National de la Recherche Scientifiqu